

Брянский государственный технический университет  
кафедра «Компьютерные технологии и системы»

# **ЭВОЛЮЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ**

**Ознакомительная лекция**

**КАЗАКОВ**

**Павел Валерьевич**

*канд. техн. наук, доцент*

© 2009

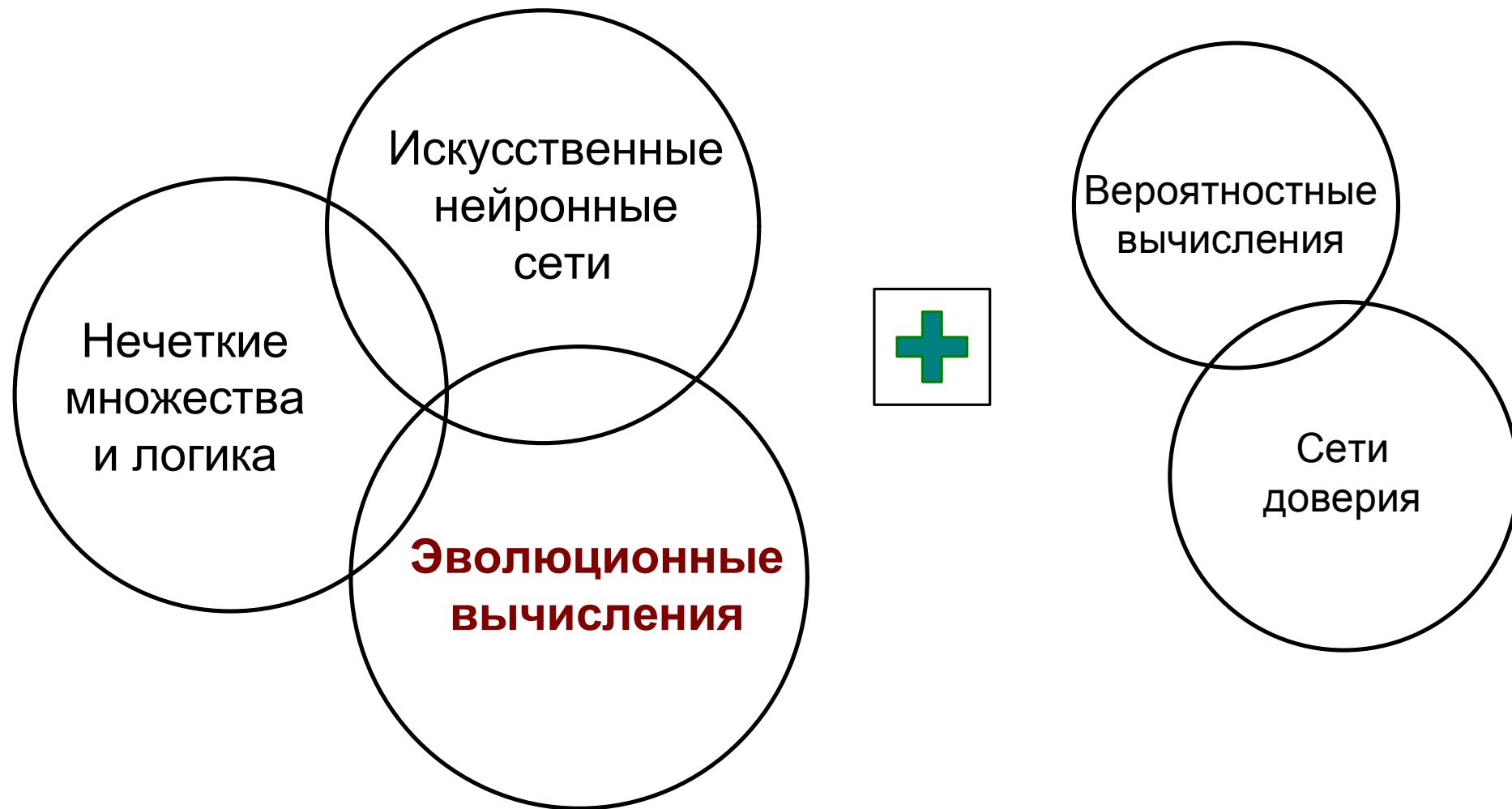
# План

## Введение

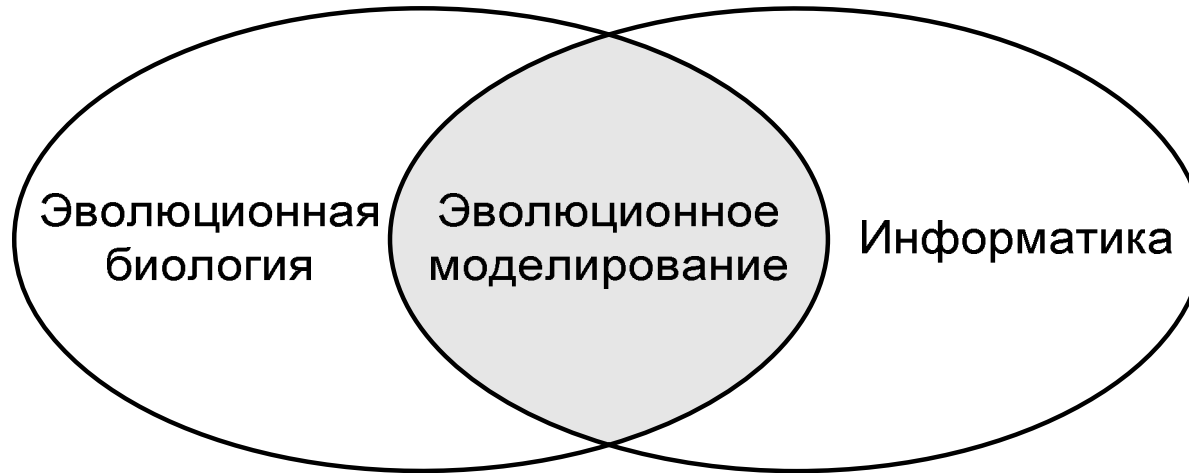
- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования

Заключение

# «Мягкие» вычисления в искусственном интеллекте



# Определение эволюционного моделирования (ЭМ)



**Эволюционное моделирование** (evolutionary computation) - направление в искусственном интеллекте, в основе которого лежат принципы и понятийный аппарат, заимствованные из эволюционной биологии и популяционной генетики и объединяющие компьютерные методы (генетические алгоритмы, генетическое программирование, эволюционное программирование и эволюционные стратегии) моделирования эволюционных процессов в искусственных системах.

# План

Введение

- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)**
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования

Заключение

# Назначение и области применения эволюционного моделирования

## Эволюционное моделирование применяется

- Для изучения и моделирования отдельных процессов естественной эволюции.
- Для совершенствования существующих искусственных систем за счет наделения их свойствами адаптивного поведения и самоорганизации на основе методов эволюционного моделирования.
- Для автоматизации решения различных оптимизационных задач науки и техники.

## Области применения методов эволюционного моделирования:

- системы технического проектирования;
- системы автоматического управления и регулирования;
- коммуникационные и транспортные системы;
- управление в социально-экономических системах  
и др.

# География исследований в области эволюционного моделирования

## Охватывает высшие учебные заведения как РФ:

- МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва);
- Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, РАН (Москва);
- Нижегородский государственный университет (Нижний Новгород);
- Таганрогский технологический институт Южного Федерального Университета (Таганрог);
- Томский политехнический университет (Томск);
- Сибирский аэрокосмический университет им. М.Ф. Решетнева (Красноярск);
- и др.

## так и зарубежные колледжи и университеты:

- University of California (Los Angeles), USA;
- University of Michigan (Ann Arbor), USA;
- School of Computer (University of Adelaide), Australia;
- Department of Automatic Control and Systems Engineering (University of Sheffield), UK;
- Intelligent Systems Group Department of Computer Science (University College London), UK;
- Swiss Federal Institute of Technology (Zurich), Switzerland;
- Department of Mechanical Engineering Cracow University of Technology (Krakow), Poland;
- Indian Institute of Technology (Kanpur), India;
- Department of Industrial Engineering (Osaka Prefecture University), Japan;
- Department of Informatics (Kansai University Takatsuki), Japan;
- etc.

# Особенности эволюционного моделирования как технологии оптимизации

- Вместе с обычным чаще всего используется закодированное представление значений параметров задачи (как правило, в виде хромосомы).
- Поиск осуществляется не из единственной точки, а из «популяции» точек.
- Специфика работы позволяет накапливать и использовать знания об исследованном пространстве поиска и следовательно проявлять способность к самообучению.
- В процессе поиска используется значение целевой функции, а не ее приращения.
- Применяются вероятностные, а не детерминированные правила поиска и генерации решений.
- Выполняется одновременный анализ различных областей пространства решений, в связи с чем возможно нахождение новых областей с лучшими значениями целевой функции за счет объединения субоптимальных решений из разных популяций.

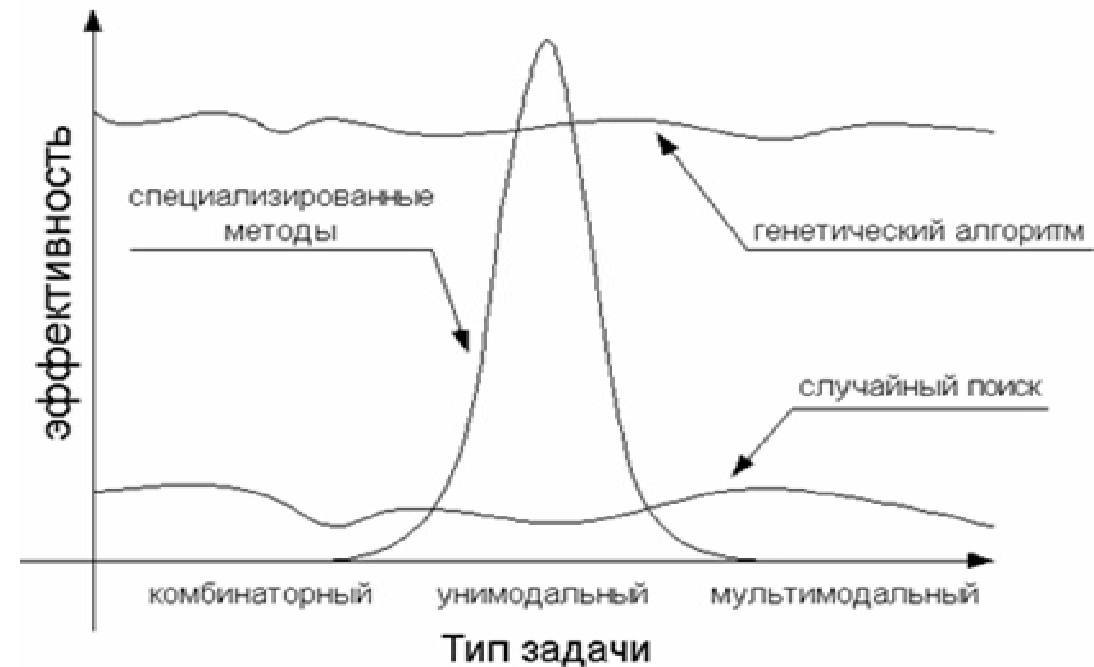


# Соответствие терминов эволюционной и математической моделей

<b>Эволюционная модель</b>	<b>Математическая модель</b>
Хромосома	Решение, объект, строка, последовательность
Ген	Переменная, параметр, характеристика, признак
Аллель	Значение фрагмента закодированного параметра
Локус	Номер фрагмента закодированного параметра
Генотип	Множество закодированных решений задачи, пространство поиска
Фенотип	Множество решений задачи, пространство решений
Особь, индивидуум	Объект, система
Пригодность, приспособленность	Качество, оптимальность
Fitness-функция	Целевая функция
Популяция	Множество решений
Поколение	Итерация работы эволюционного алгоритма

# Преимущества алгоритмов эволюционного моделирования как методов оптимизации

- 1 Независимость от вида функции, включая поддержку неаналитического задания функции.
- 2 Независимость от области определения и типов переменных оптимизации.
- 3 Применение к широкому диапазону задач без модификации алгоритма.
- 4 Высокая помехозащищенность. Как следствие адекватная робастность (способность лишь постепенно снижать качество работы по мере приближения к границам допустимой надежности данных).



# План

## Введение

- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования**
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования

## Заключение

# Концепция и принципы эволюционного моделирования

Впервые сформулированы в 1960-х годах Л. Фогелем (L. Fogel) в книге «Искусственный интеллект и эволюционное моделирование»

Основная концепция эволюционного моделирования:

**Заменить процесс моделирования системы  
моделированием эволюции образующих ее объектов**

Преимущества от реализации этой концепции

- 1 Оптимизация системы происходит одновременно с ее проектированием.
- 2 Одновременно исследуется множество вариантов системы.
- 3 Минимальное участие человека в проектировании системы за счет появления эффекта самоорганизации в образующих ее (систему) объектах.
- 4 Возможность гибкого проектирования и исследования систем с элементами адаптивного поведения.

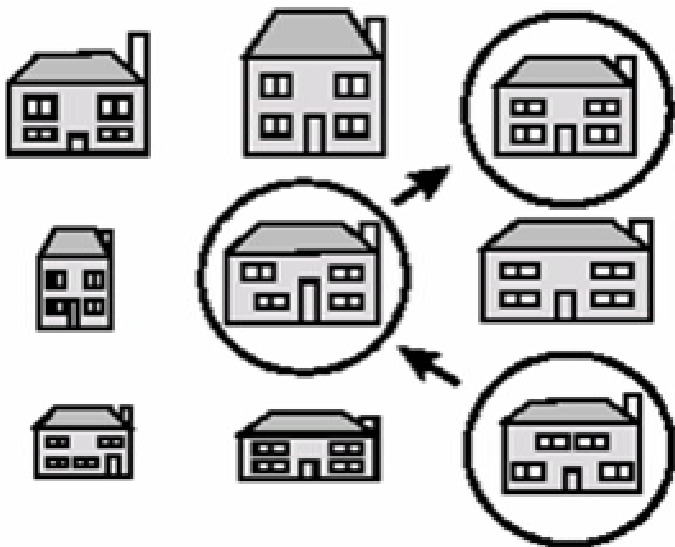
Принципы эволюционного моделирования заимствованы из теорий естественной эволюции Ж-Б. Ламарка, Ч. Дарвина, И. Шмальгаузена и др.

# Принципы эволюционного моделирования (продолжение)

Необходимыми и достаточными условиями возникновения эволюционного процесса являются:

- наследственная изменчивость как предпосылка эволюции;
- борьба за существование как контролирующий и направляющий фактор;
- естественный отбор как преобразующий фактор.

Пусть имеется некоторое пространство решений, заполненное всеми возможными решениями задачи, процесс поиска заключается в исследовании точек этого пространства с целью постоянного улучшения значений параметров задачи

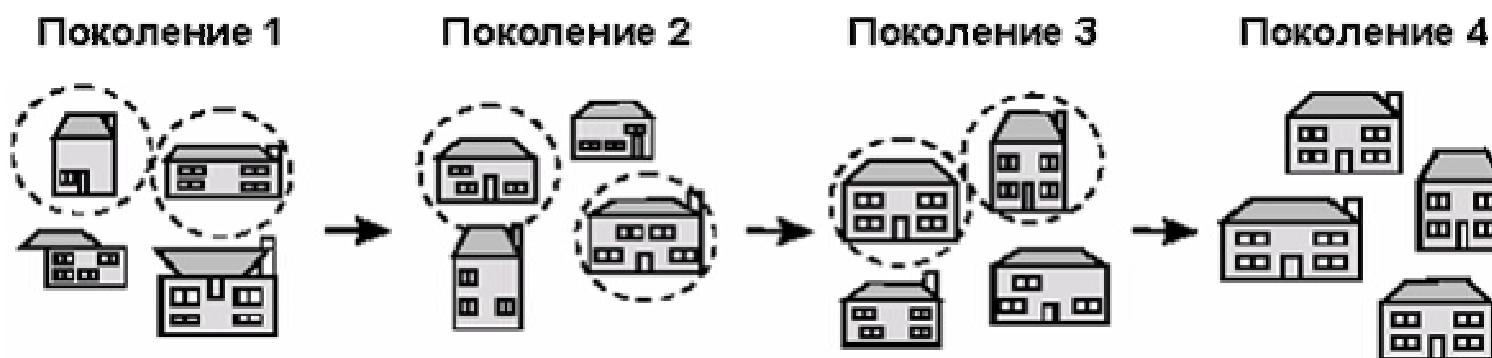


**Тогда на каждой итерации (эволюции) поиска**

- Каждая новая популяция состоит только из «жизнеспособных» объектов.
- Каждая новая популяция лучше (в смысле приспособленности, оптимальности) предыдущей.
- В процессе эволюции последующая популяция зависит только от предыдущей.

# Принципы эволюционного моделирования (продолжение)

- Естественный отбор моделируется через выполнение **процедуры селекции** членов популяции. Качество объекта популяции (качество решения) пропорционально вероятности его перехода полностью (копирование) или частично (в виде потомков) в следующее поколение.
- «Решения-потомки» наследуют характеристики родителей **с некоторой вариацией**.
- Приспособленность индивида популяции (качество решения) оценивается с помощью специальной **fitness-функции**. Чем лучше ее значение, тем больше потомков в следующем поколении будет у данного члена популяции.



Четыре эволюции в задаче поиска оптимального решения с размером популяции – четыре.  
Родители следующего поколения обведены линией

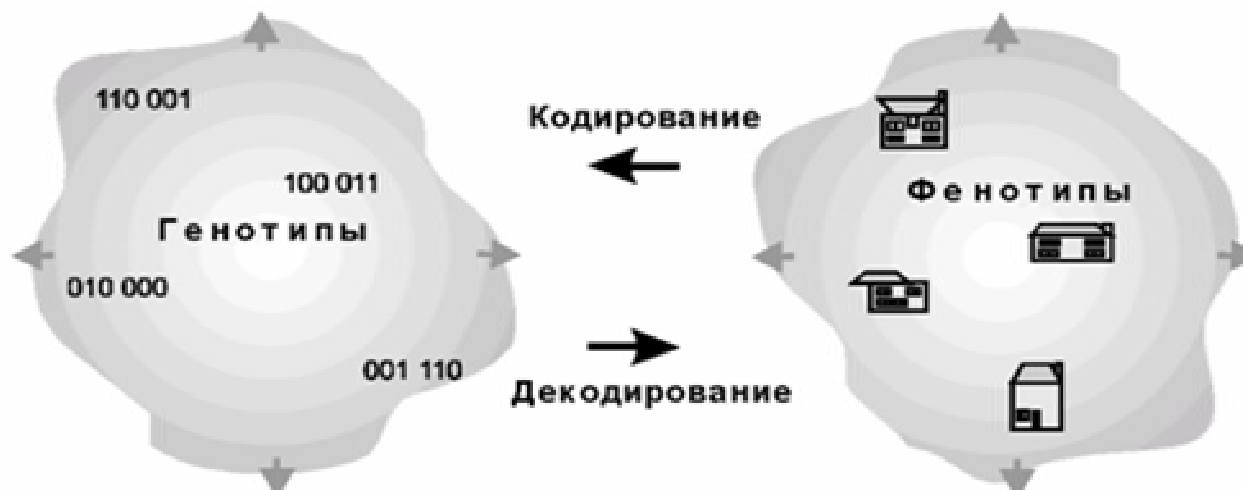
# Представление информации о задаче в эволюционной модели

В зависимости от выбранного метода эволюционного моделирования может быть различное: на уровне **генотипа** или **фенотипа**

**Генотип** - представление пространства поиска задачи в закодированном виде комплекса генов, содержащихся в наборе хромосом.

**Фенотип** - представление пространства решений задачи в привычном для восприятия пользователем виде.

## Отображение генотипов пространства поиска в фенотипы пространства решений



# Методы эволюционного моделирования





# План

## Введение

- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы**
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования

## Заключение

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ

**Генетический алгоритм (ГА)** (genetic algorithm) - метод эволюционного моделирования, основанный на использовании аналогий с природными процессами естественного отбора и генетических преобразований, предназначенный для решения задач оптимизации.

**История создания, исследования и применения ГА связана со следующими работами**

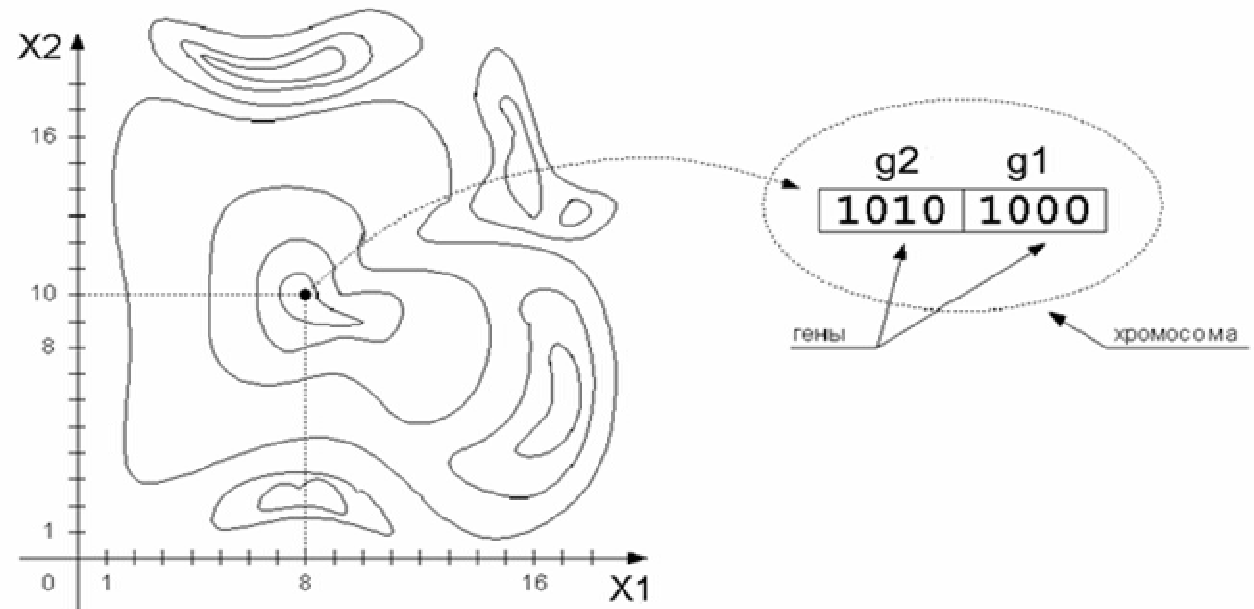
- ❶ **Holland, J.** Adaptation in Natural and Artificial Systems. An Introductory Analysis with Application to Biology, Control and Artificial Intelligence , 1975 г.
- ❷ **De Jong, K.** Analysis of behavior of class of genetic adaptive systems, 1975 г.
- ❸ **Goldberd, D.** Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, 1989 г.

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ. Представление информации

- Используется явное разделение на пространство поиска (генотип) и пространство решений (фенотип).
- Каждое решение кодируется в виде бинарной хромосомы  $C$  длиной  $L(C)$ , состоящей из  $n$  числа генов  $g$ .
- Каждый ген есть двоичный код длиной  $L(g)$ , соответствующий одной переменной задачи оптимизации.

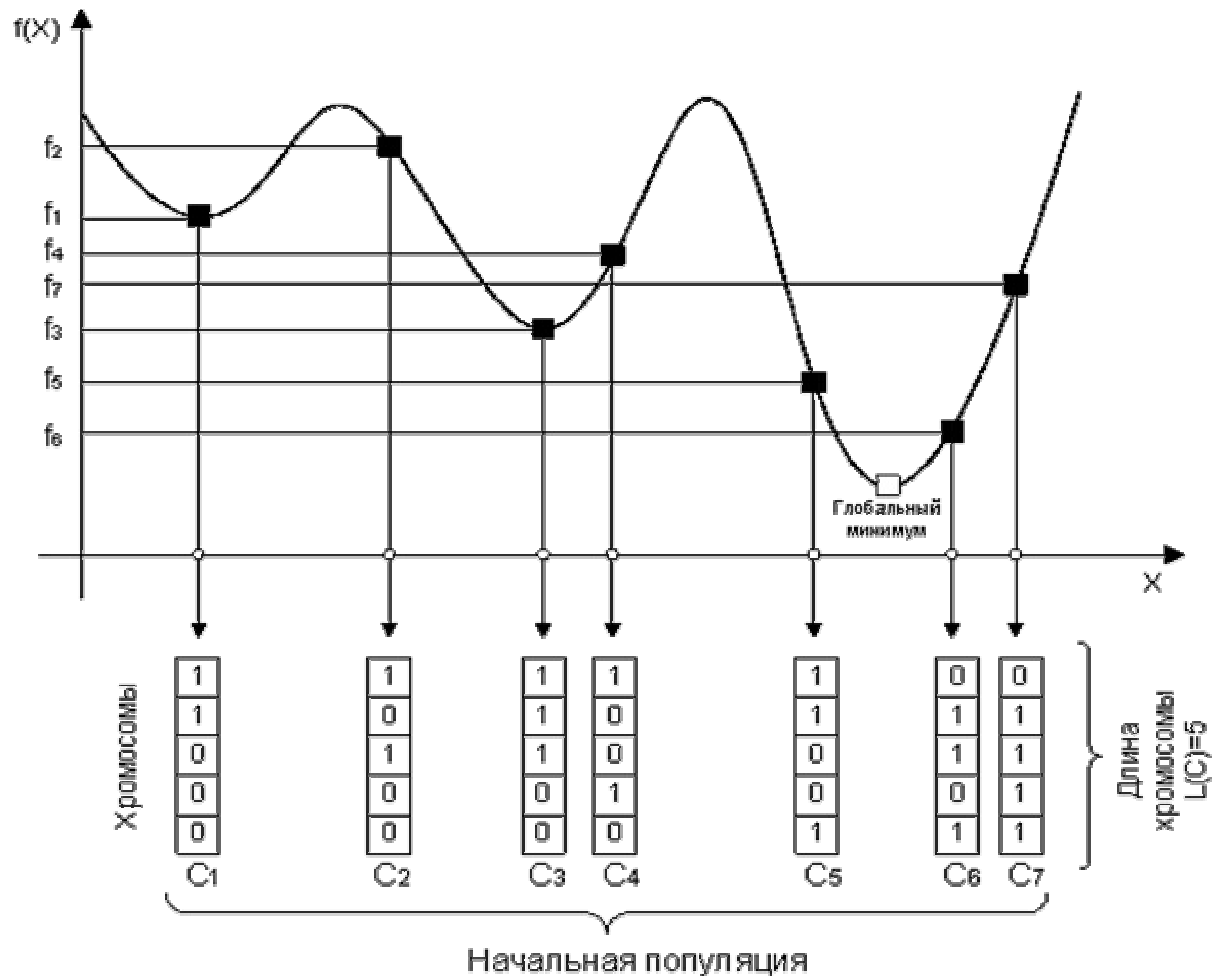
## Альтернативные формы кодирования хромосом:

- использование кода Грея;
- символьное;
- с помощью вещественных чисел;
- определяется программистом.



# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ. Начальная популяция

Содержит  $N_p$  случайно сгенерированных хромосом (как правило) либо хромосом, связанных со специфическими (перспективными в плане исследования) точками пространства решений (при наличии дополнительной информации о расположении оптимального решения)



# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ. Генетические операторы

Применяются для преобразования текущей популяции решений с целью получения следующей.

В **стандартном генетическом алгоритме** используются следующие генетические операторы

- 1 Оператор отбора (селекции)
- 2 Оператор кроссинговера (рекомбинации)
- 3 Оператор мутации
- 4 Оператор инверсии (факультативно)

Также для потребностей решаемой задачи могут применяться другие генетические операторы: транслокации, сегрегации, др.

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ. Оператор отбора

Применяется для определения на основе значений **fitness-функции** хромосом-кандидатов в следующее поколение

В генетическом алгоритме могут быть использованы различные схемы селекции

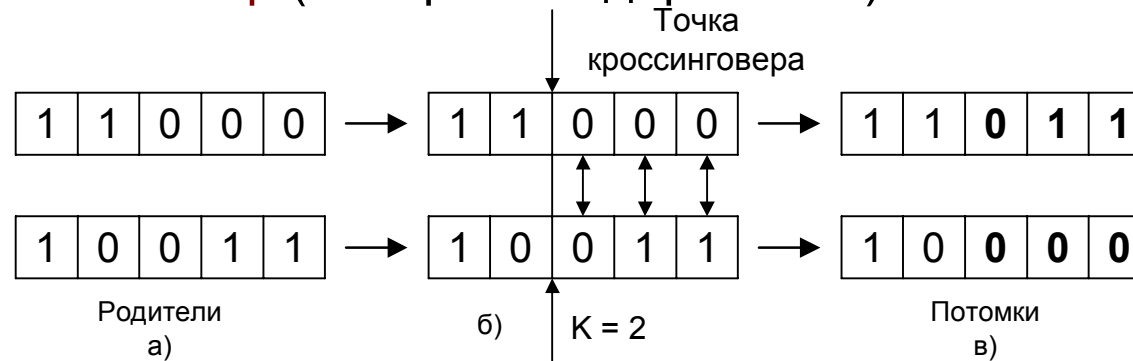
- 1** **Пропорциональный отбор**, когда число копий хромосомы пропорционально ее оптимальности. В следующее поколение могут перейти хромосомы только с оптимальностью выше средней.
- 2** **Отбор на основе «колеса рулетки»**. Чем выше оптимальность хромосомы, тем больше её сектор на колесе рулетки. Случайная составляющая этого метода отбора дает шанс всем хромосомам попасть в следующее поколение
- 3** **Турнирный отбор**. Популяция случайно разбивается на группы из  $Nt$  хромосом. Из каждой группы лучшая хромосома выбирается в следующее поколение. Самая «худшая» хромосома популяции не имеет шансов попасть в следующее поколение
- 4** **Отбор на основе ранжирования** (линейного, равномерного) членов популяции по их приспособленности. На основе ранга хромосомы вычисляется вероятность ее попадания в следующую популяцию

Для гарантированного попадания лучшей хромосомы в следующее поколение используется **стратегия элитизма**

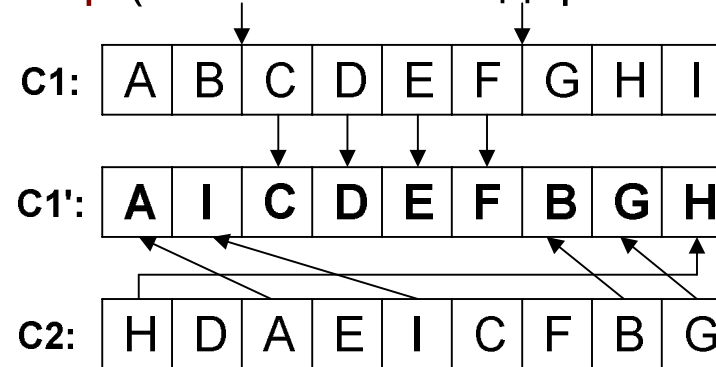
# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ. Оператор кроссинговера

Предназначен для обмена с заданной вероятностью генетическим кодом между хромосомами–родителями, полученными в результате отбора, с целью генерации хромосом-потомков для следующего поколения

## 1 Одноточечный кроссинговер (бинарное кодирование)



## 2 Упорядоченный кроссинговер (символьное кодирование)



## 3 Арифметический кроссинговер (вещественное кодирование)

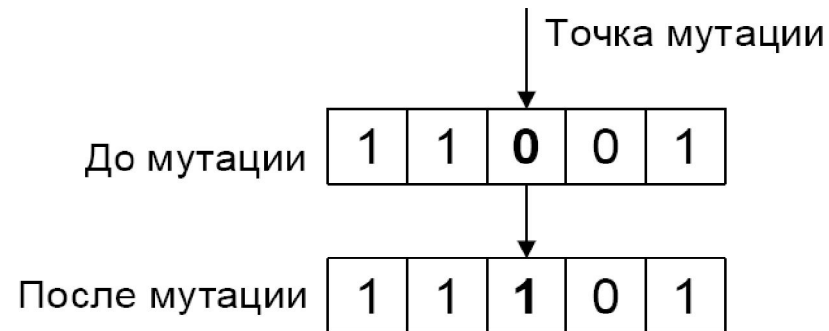
## 4 Другие модификации кроссинговера для различных видов кодирования

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ.

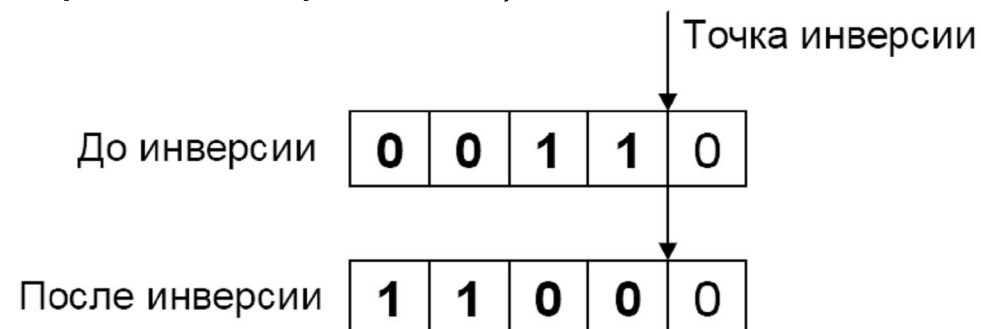
## Операторы мутации и инверсии

**Оператор мутации** состоит в случайном изменении (на противоположное) значения каждого бита с некоторой (обычно малой) вероятностью  $P_m$ . При выполнении **оператора инверсии** участок хромосомы в своем поле разворачивается на 180 градусов

**Оператор мутации** (бинарное кодирование)



**Оператор инверсии** (бинарное кодирование)



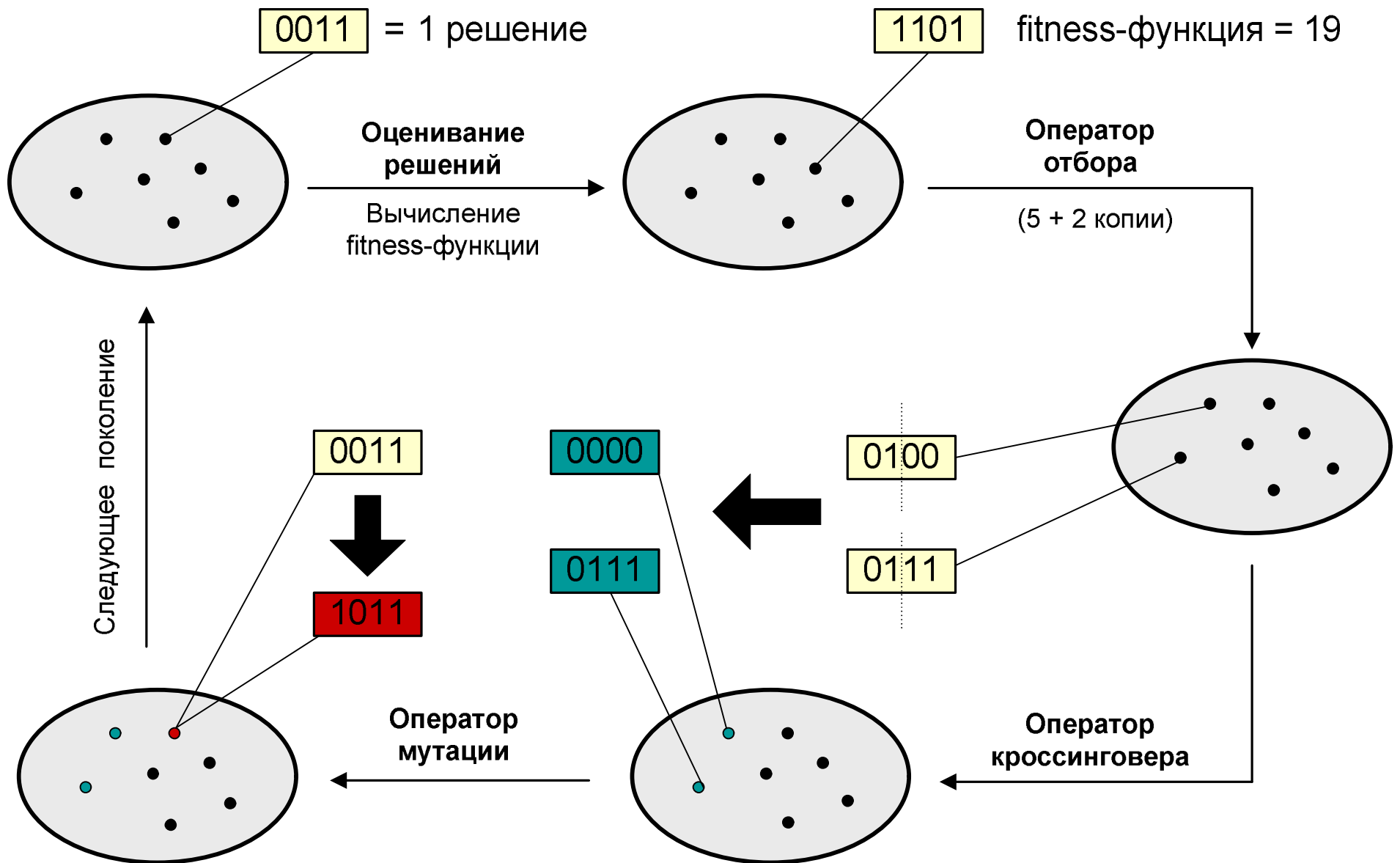


# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ.

## Условия окончания работы

- Достижение заданного числа поколений.
- Снижение разнообразия популяции и ее вырождение в подавляющее большинство одинаковых по приспособленности хромосом.
- Снижение скорости сходимости алгоритма (на протяжении определенного числа поколений качество решений не изменяется).
- Получение решения, удовлетворяющего пользователя.
- Достижение лимита затраченного на поиск времени, числа выполнения определенных фрагментов алгоритма.
- В качестве результата работы ГА принимается хромосома последнего поколения, имеющая самое лучшее значение fitness-функции.

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ. Общая схема работы



# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ. Псевдокод

## Шаг 1. Инициализация начальной популяции $G(t)$

$t = 0, G(t) = \emptyset;$

Для каждой  $C[i], i=1..N_p$

Каждому биту  $C[i]$  присвоить случайное значение  $\{0, 1\};$

$G(t) = G(t) + \{C[i]\};$

## Шаг 2. Вычисление fitness-функции хромосом популяции

Для каждой  $C[i], i=1..N_p$

2.1. Декодировать код хромосомы в значения переменных оптимизации;

2.2.  $f(C) = f(X);$

## Шаг 3. Выполнение оператора отбора

Создать промежуточную популяцию  $G'(t), G(t) = \emptyset;$

Пока  $G'(t) < N_p$

3.1. Среди подмножества  $C$  определить «лучшую»  $C^*$  относительно выбранной схемы отбора;

3.2.  $G'(t) = G'(t) + \{C^*\};$

## Шаг 4. Выполнение оператора кроссинговера

Сформировать популяцию  $G(t+1), G(t+1) = \emptyset;$

Пока  $G(t+1) < N_p$

Выбрать из  $G'(t)$  две хромосомы  $C[i], C[j];$

Если  $P_c > \text{Random}(0..1)$

То получить два потомка  $C[k], C[l];$

$G(t+1) = G(t+1) + \{C[k], C[l]\};$

Иначе  $G(t+1) = G(t+1) + \{C[i], C[j]\};$

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ. Псевдокод (продолжение)

## Шаг 5. Выполнение оператора мутации

Для каждого  $C[i]$ ,  $i=1..N_p$ ,  $C[i] \in G(t+1)$

Изменить с вероятностью  $P_m$  значение каждого бита

$C[i]$  на противоположное;

## Шаг 6. Выполнение оператора инверсии

Для каждого  $C[i]$ ,  $i=1..N_p$ ,  $C[i] \in G(t+1)$

Если  $P_{inv} > \text{Random}(0..1)$

То определить точку инверсии  $k$ ;

изменить порядок следования бит с позиций

1 до  $k$  на противоположный;

## Шаг 7. Окончание работы алгоритма

Если  $(t > N_g)$  или (достигнут другой критерий окончания)

То конец работы алгоритма;

Иначе перейти к шагу 2;

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ.

## Особенности совместного использования генетических операторов

Эффективность поиска с помощью ГА зависит от «настройки» соотношения **исследование-использование**

- Интенсивность применения кроссинговера определяет степень **использования** (детализацию поиска) найденных подобластей поискового пространства
- Оператор мутации влияет на **исследование** новых областей пространства поиска, позволяет снизить риск сходимости к локальным оптимумам
- Настройка соотношения вероятностей применения генетических операторов кроссинговера и мутации позволяет изменять характер поиска на случайный, случайно-направленный, **направленно-случайный**, направленный

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ.

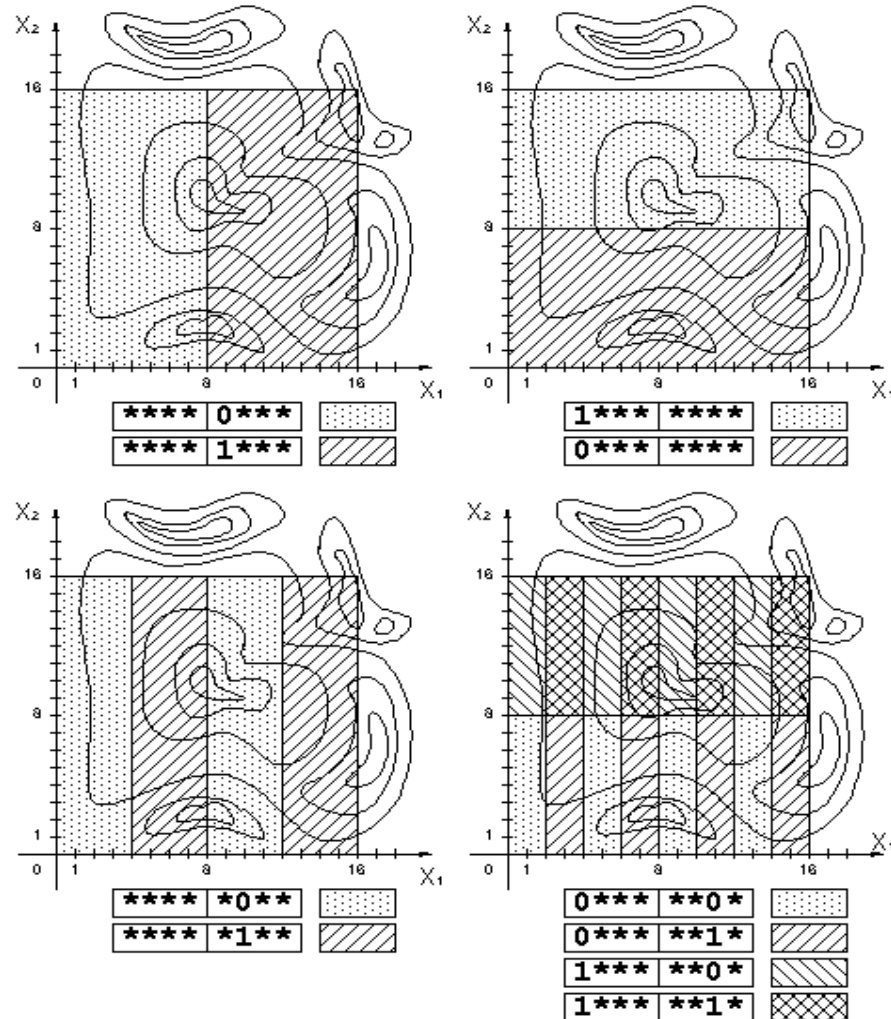
## Фундаментальная теорема

Является основной теоремой эволюционного моделирования и связана с математическим обоснованием принципов генетического поиска оптимальных решений и его эффективности как альтернативной технологии оптимизации

**Шаблон** (схема) - подмножество хромосом, имеющих одинаковые значения в некоторых позициях, например шаблон \*101\* описывает 4 хромосомы {01010, 01011, 11010, 11011}

**Порядок шаблона** - количество зафиксированных позиций (равны 0 или 1)

**Длина шаблона** – расстояние между первой и последней зафиксированной позицией



# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ.

## Фундаментальная теорема (продолжение)

### Фундаментальная теорема о шаблонах

Короткие (по отношению к кроссинговеру), низкого порядка (по отношению к мутациям), имеющие оптимальность выше средней по популяции шаблоны (хромосомы) увеличивают свое представление в последовательности поколений экспоненциально

### Следствия из теоремы

- неправильно выбранное соотношение «исследование-использование» приводит к разрушению **строительных блоков** – шаблонов, описывающих перспективные хромосомы;
- ГА в процессе своей работы обрабатывает не двоичные строки (хромосомы), а шаблоны;
- в течении одного поколения оцениваются  $\approx Np^3$  двоичных структур, при размере популяции  $Np$  (**неявный параллелизм**);
- линейное увеличение размера популяции экспоненциально ускоряет поиск решения задачи, но требует дополнительной настройки ГА.

# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ.

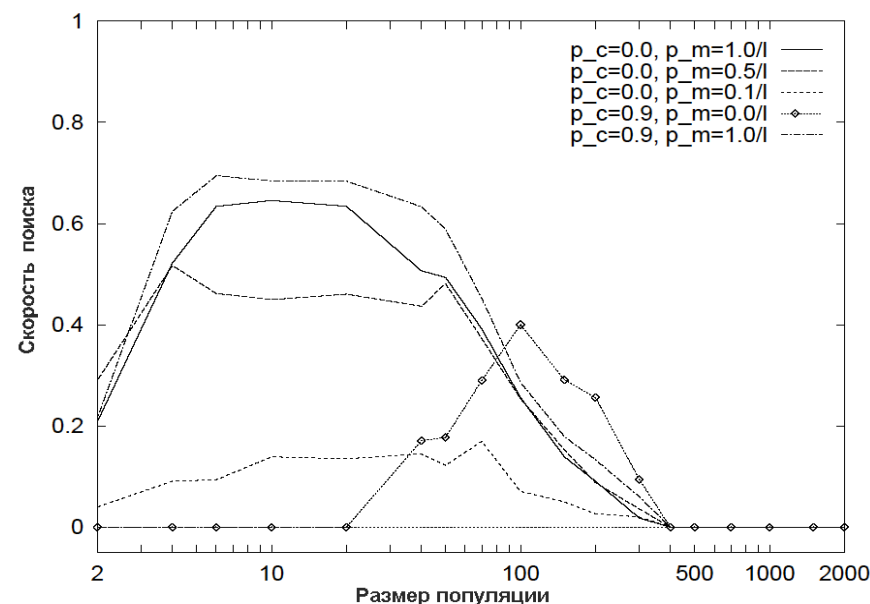
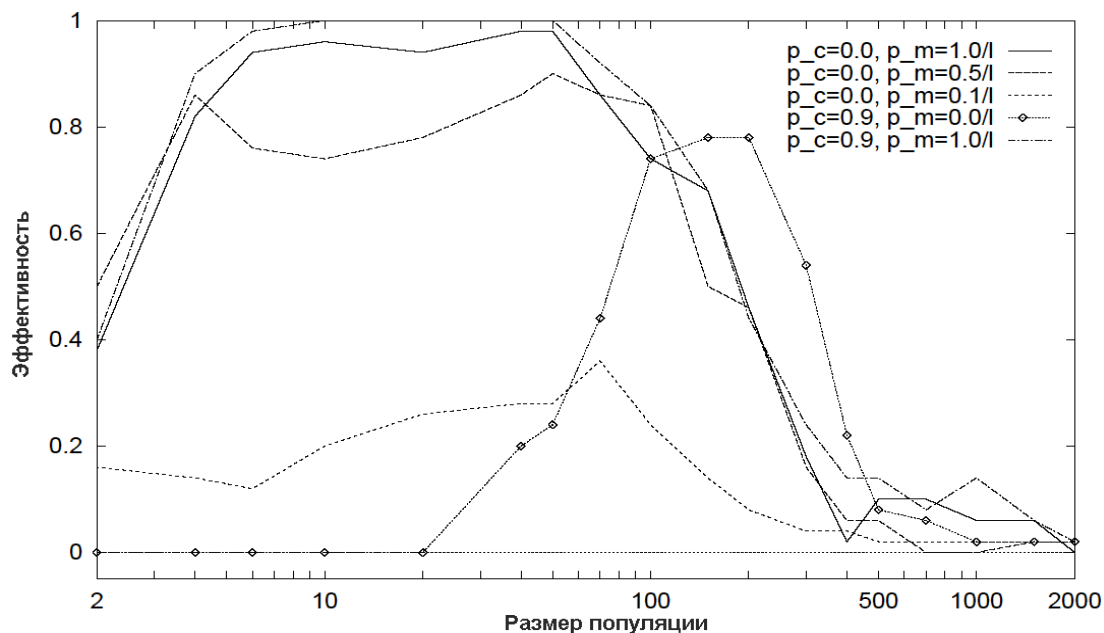
## Настройка управляющих параметров

Обычно настраиваются следующие управляющие параметры:  
размер популяции, вероятность кроссинговера, вероятность мутации

Критерии оценки поиска решений:

$$\text{Эффективность} = \frac{\text{Число случаев нахождения ГА оптимума}}{\text{Общее число запусков ГА}}$$

$$\text{Скорость поиска} = 1 - \frac{\text{Реальное число вычислений fitness-функции}}{\text{Заданный предел числа вычислений fitness-функции}}$$



Эмпирически полученные значения:  $0,6 \leq P_c \leq 0,9$   $0,001 \leq P_m \leq 0,1$  / бит

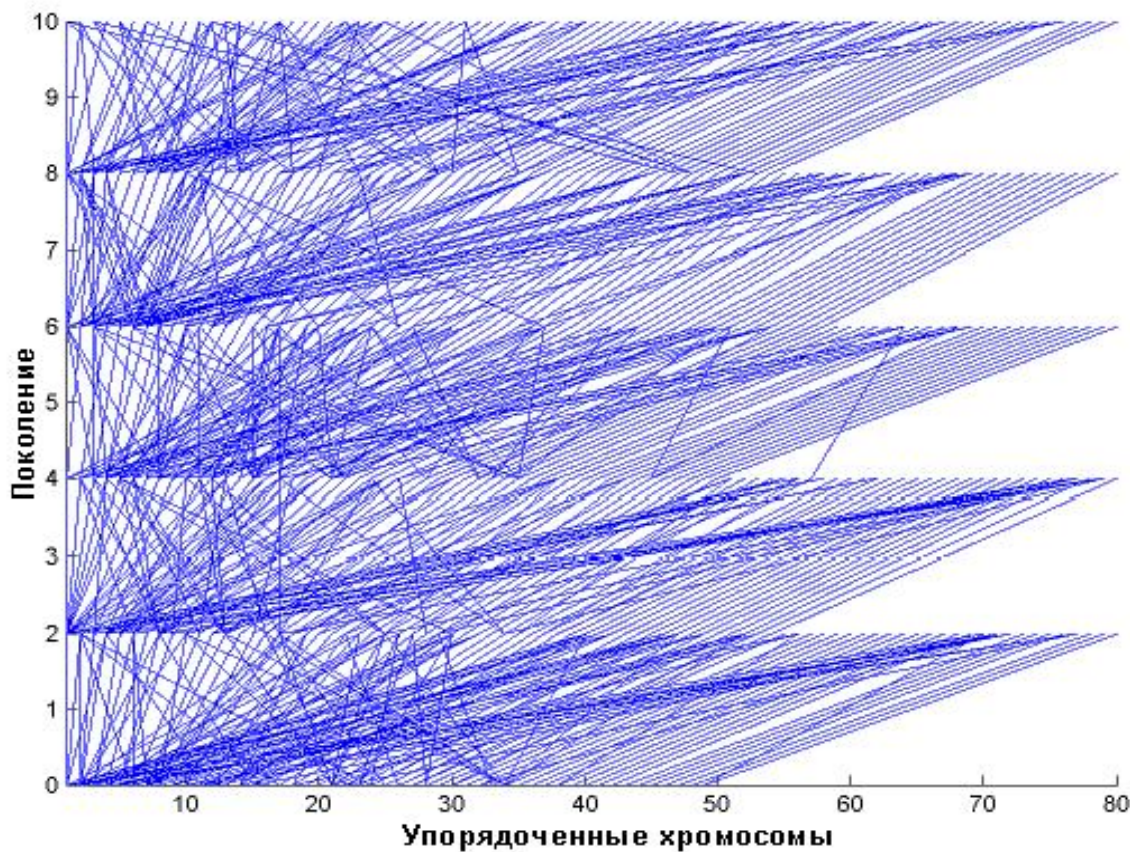


# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ.

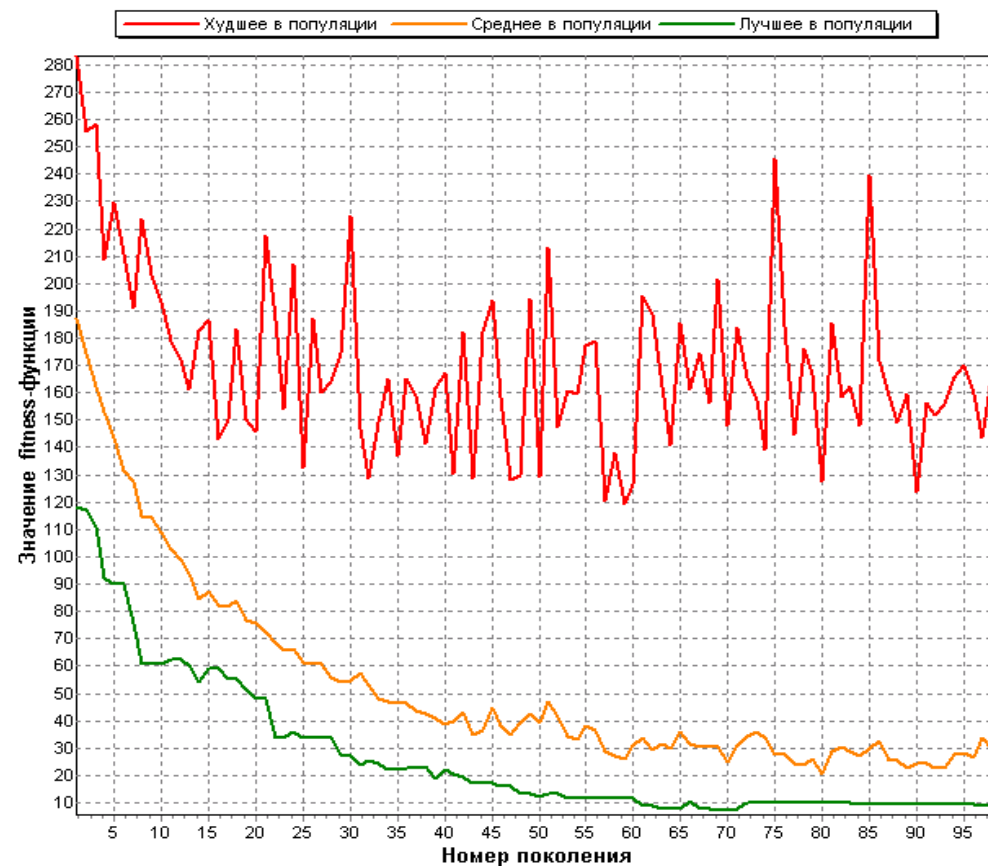
## Мониторинг и визуализация работы

Позволяет визуально оценить качество работы ГА по динамике процесса эволюционного моделирования

Представление наследственных отношений в поколениях



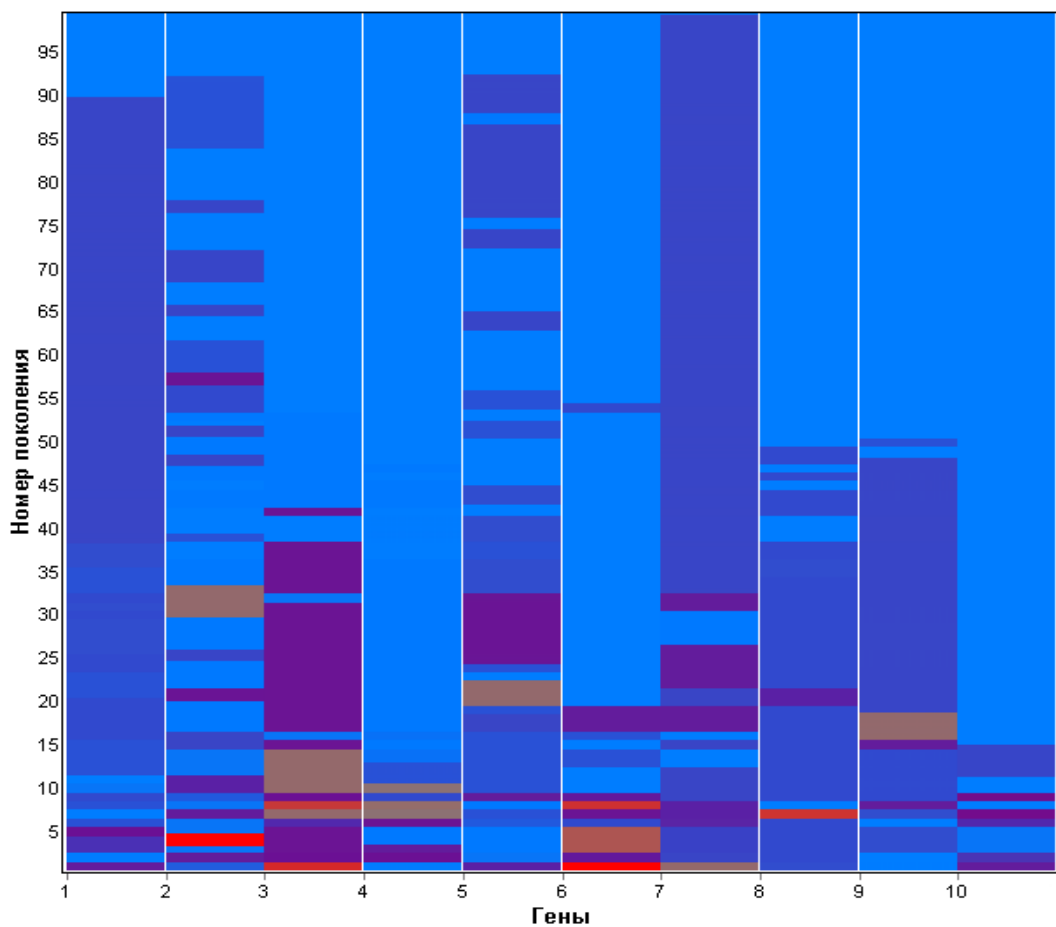
Изменение лучшего, среднего и худшего значений fitness-функции между поколениями



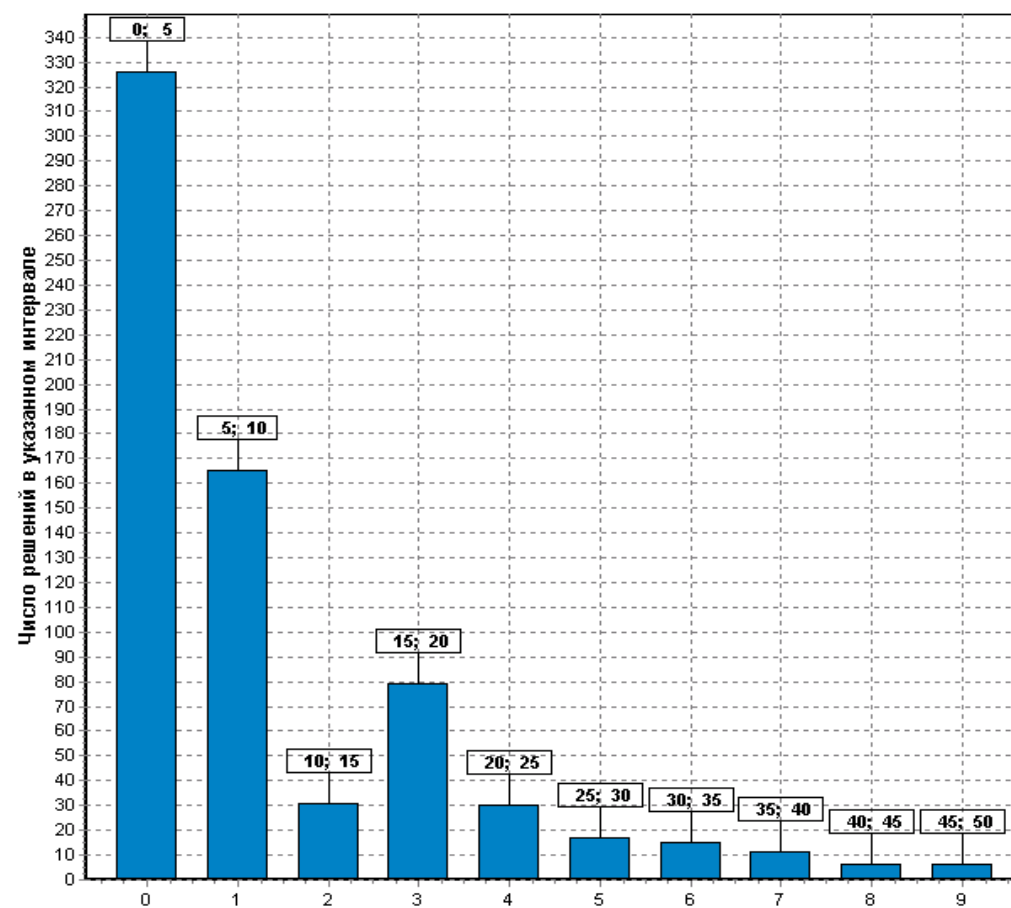
# ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ.

## Мониторинг и визуализация работы (продолжение)

Динамика изменения значений  
переменных оптимизации,  
соответствующих лучшему решению



Гистограмма fitness-функции



# План

## Введение

- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование**
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования

## Заключение

# Генетическое программирование

**Генетическое программирование** (ГП) - расширение генетического алгоритма для решения оптимизационных задач в пространстве компьютерных программ.

[J. Koza (1992)]

**Цель ГП** – автоматический синтез программы для задачи с неизвестным алгоритмом решения.

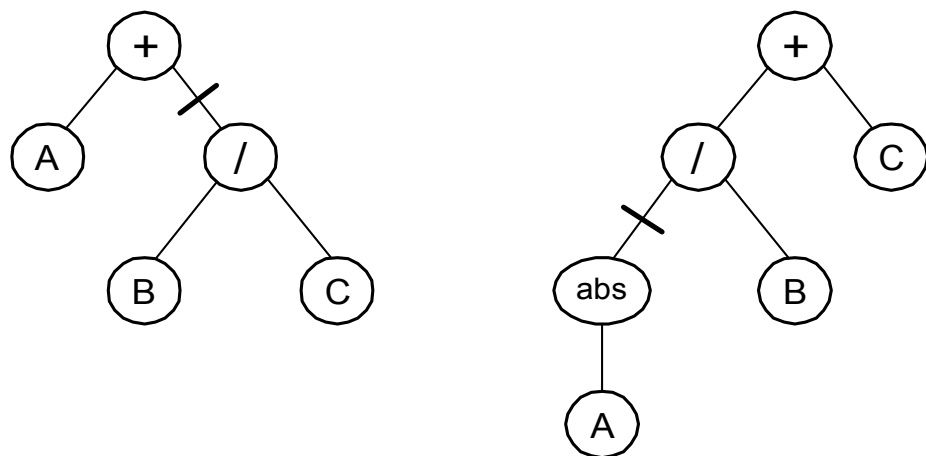
- нет различий между пространством поиска и пространством решений;
- фенотип состоит из набора функций (арифметические операции, математические функции, логические операции, условные и циклические операторы) и терминальных символов (переменные, числовые или логические константы);
- программа в ГП имеет иерархическое представление, с ограниченной глубиной;
- fitness-функция в ГП количественно оценивает качество работы программы (точность решения);
- схема работы ГП совпадает с ГА, но отличается реализацией генетических операторов;
- цель генетических операторов в ГП – получать правильно работающие алгоритмические фрагменты.

# ГЕНЕТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.

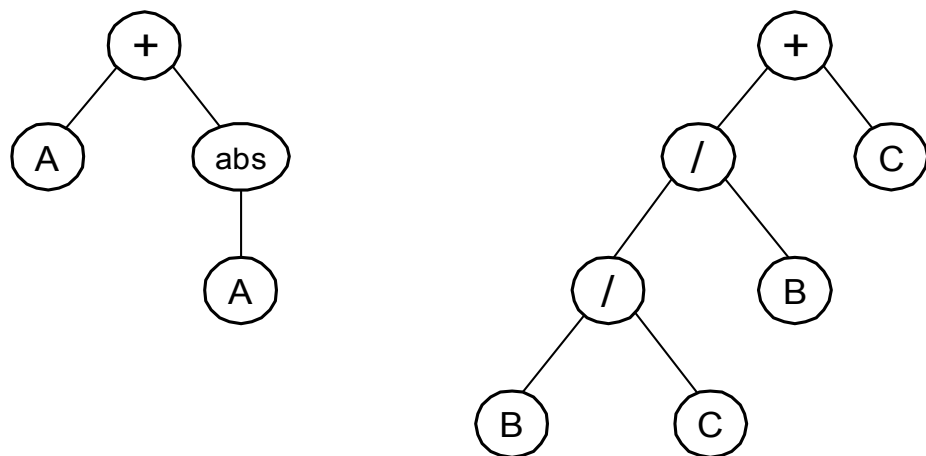
## Генетические операторы

### Оператор кроссинговера

Родители



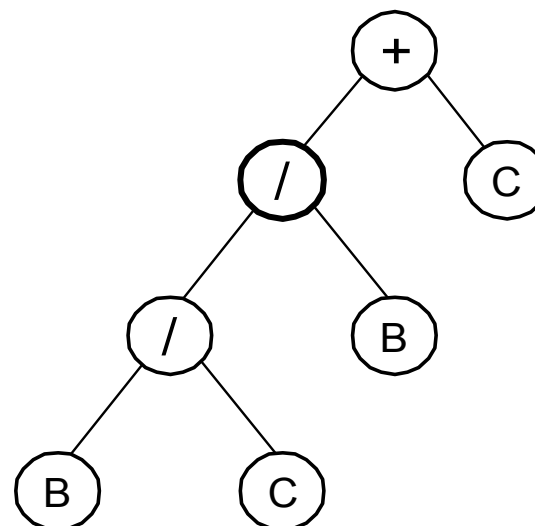
Потомки



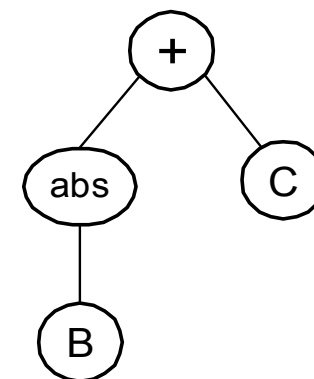
— Позиция кроссинговера

### Оператор мутации

До мутации



После мутации



○ Позиция мутации

# ГЕНЕТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.

## Пример синтеза программы

**Постановка задачи:** сгенерировать программу аппроксимации некоторой кривой

**Множество функций:** { +, -, \*, \ }

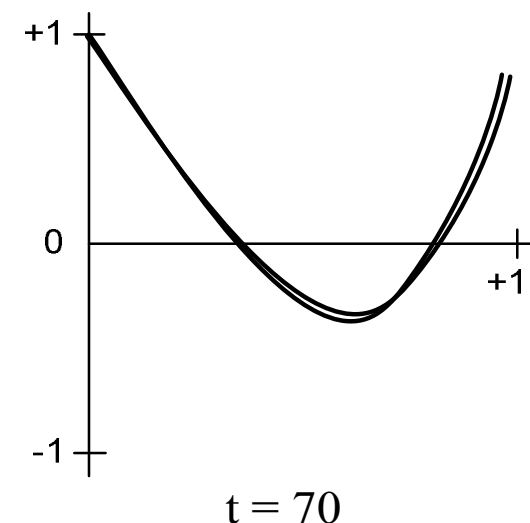
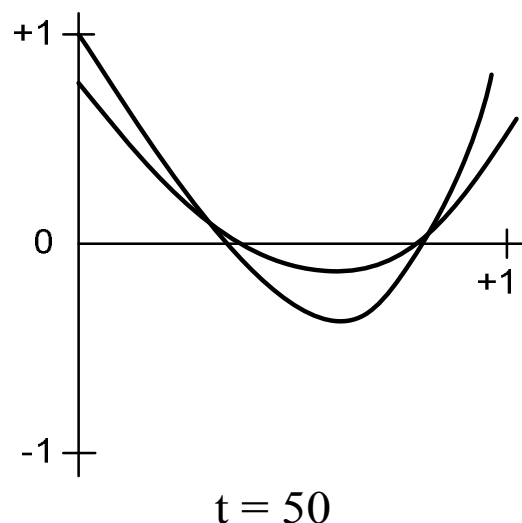
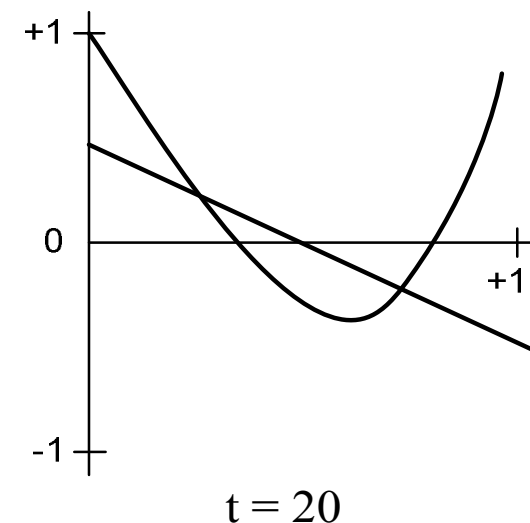
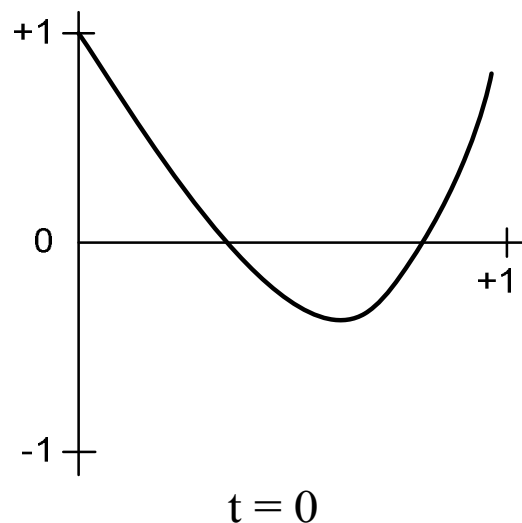
**Терминальные символы:** { X }

**Максимальная глубина дерева решения:** 6

**Решение, полученное ГП:**

$(*(-1(* 4 x)) (+ (- (* (* x x) 0.4375) (* (* (* x x) x) 2)) 1))$  или

$$(1 - 4 * x) * (0.4375 * x^2 - 2 * x^3 + 1)$$



# ГЕНЕТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.

## Потенциальные проблемы и способы их преодоления

### Проблемы генетического программирования

- появление решений с избыточным программным кодом;
- недостаточная надежность генетических операторов;
- неубедительное математическое обоснование эффективности ГП.

### Способы их преодоления

- генерация кроссинговером большего числа потомков;
- внедрение фрагментов программ, не чувствительных к кроссинговеру (например,  $A = A*1$ );
- создание новых операторов ГП: перестановки (обмен двух символов в дереве), редактирования (оптимизация и сокращение S - выражения) и инкапсуляции (преобразование поддеревя в узел);
- использование автоматически определяемых функций.

# План

## Введение

- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование**
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования

## Заключение



# Эволюционные стратегии (ЭС)

Концепция была предложена в 1960 г. и предполагала некомпьютерное применение: структурная оптимизация физической модели, технология промышленного менеджмента (эволюционная операция)

**Первый компьютерный алгоритм эволюционной стратегии был предложен в 1965 г. [I. Rechenberg], усовершенствован в 1973 г.**

- все преобразования выполняются над фенотипом (вещественные числа);
- четкое разделение поколения родителей и потомков;
- схемы ЭС:  $(1+1)$  – один родитель порождает одного потомка,  $(\mu+\lambda)$  -  $\mu$  родителей порождает  $\lambda$  потомков, среди которых  $\mu$  лучших отбираются в следующее поколение;
- мутация является основным генетическим оператором, который применяется к каждому члену популяции;
- значения параметров мутации изменяются в процессе работы ЭС (самоадаптация);
- для регулирования интенсивности мутации и направления поиска применяются различные эвристики и зависимости теории вероятности;
- «правило успеха» ЭС – отношение успешных мутаций к общему числу не менее 0,25.

# Эволюционное программирование

Принципы предложены в 1966 г. [L. Fogel]. Главная цель – исследование работы конечных автоматов для получения оптимальной диаграммы его переходов между состояниями

- все преобразования выполняются над фенотипом (вещественные числа);
- мутация является основным генетическим оператором, который применяется к каждому члену популяции;
- потомки, получаются посредством мутации копий родителей до удвоения размера популяции. Затем популяция сокращается в два раза за счет решений с наименьшими значениями fitness-функции;
- для регулирования интенсивности мутации и направления поиска применяются различные зависимости теории вероятности.

# План

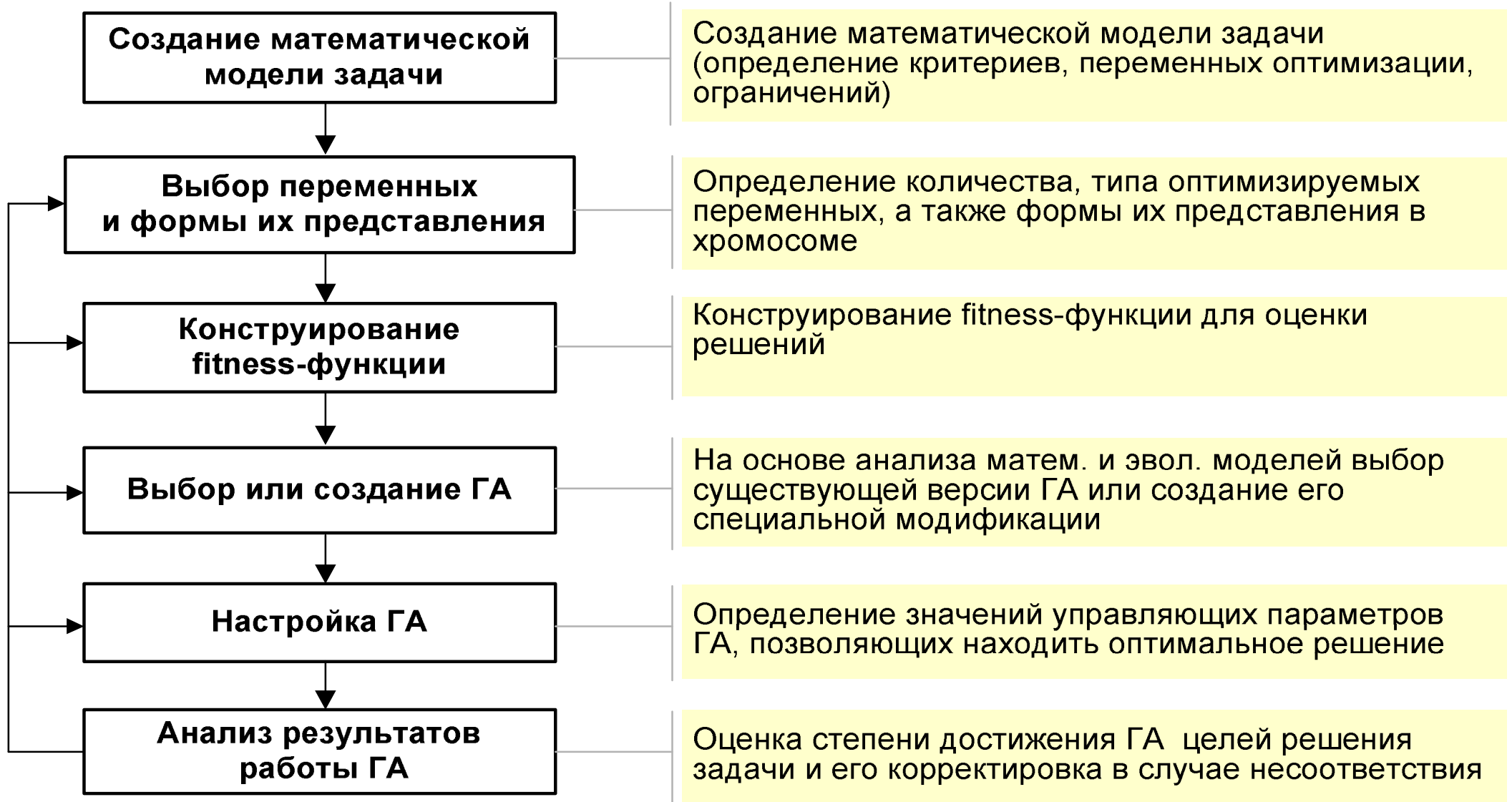
## Введение

- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации**
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования

## Заключение

# ПРИМЕНЕНИЕ ЭВОЛЮЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.

## Этапы решения задач оптимизации



# ПРИМЕНЕНИЕ ЭВОЛЮЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.

## Оптимизация функции многих переменных

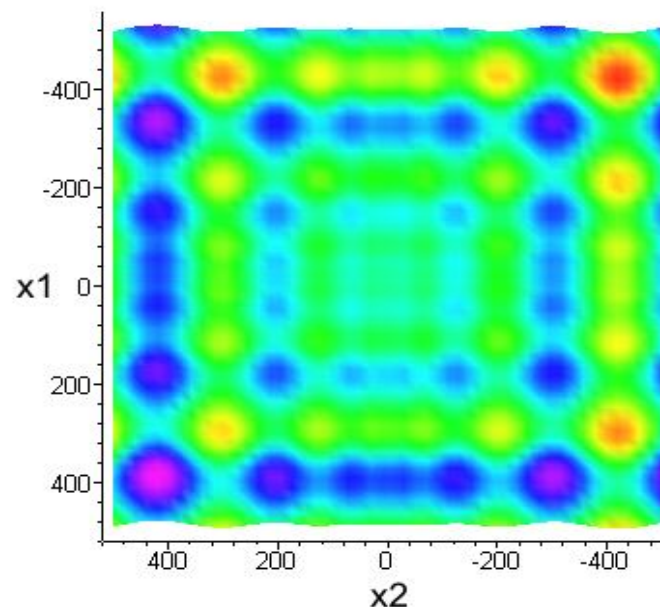
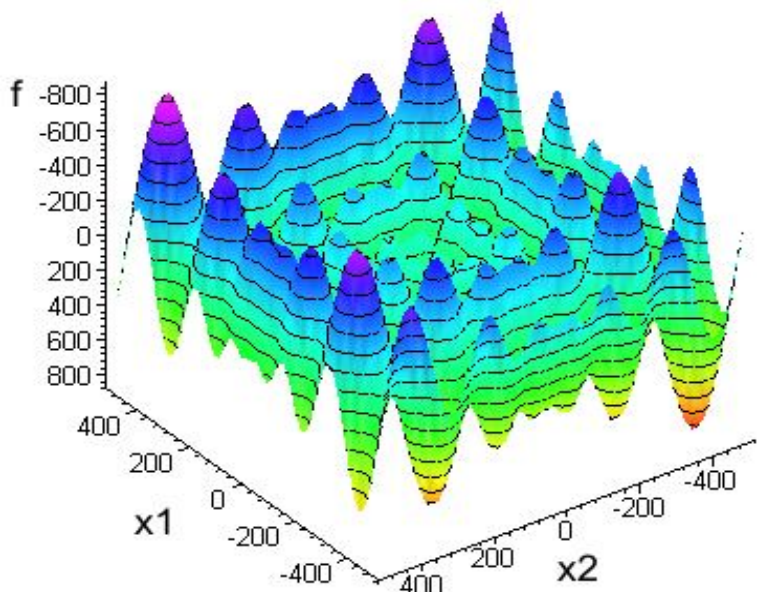
### Schwefel's function 6

$$f(x) = \sum_{i=1}^n -x_i \sin(\sqrt{|x_i|}) \rightarrow \min \quad -500 \leq x_i \leq 500$$

$n = 10$ , локальные экстремумы  $> 10$  млн.

глобальный минимум  $x_i = 420,9678$ ,  $f(x^*) = -n \cdot 418,9829$

График и топология функции для  $n = 2$



# Оптимизация функции многих переменных. Эволюционная модель

**Математическая модель** - задана

**Кодирование переменных оптимизации** - 16 бит/ $x_i$ ,  
длина хромосомы 160 бит

**Fitness-функция** – совпадает с целевой функцией

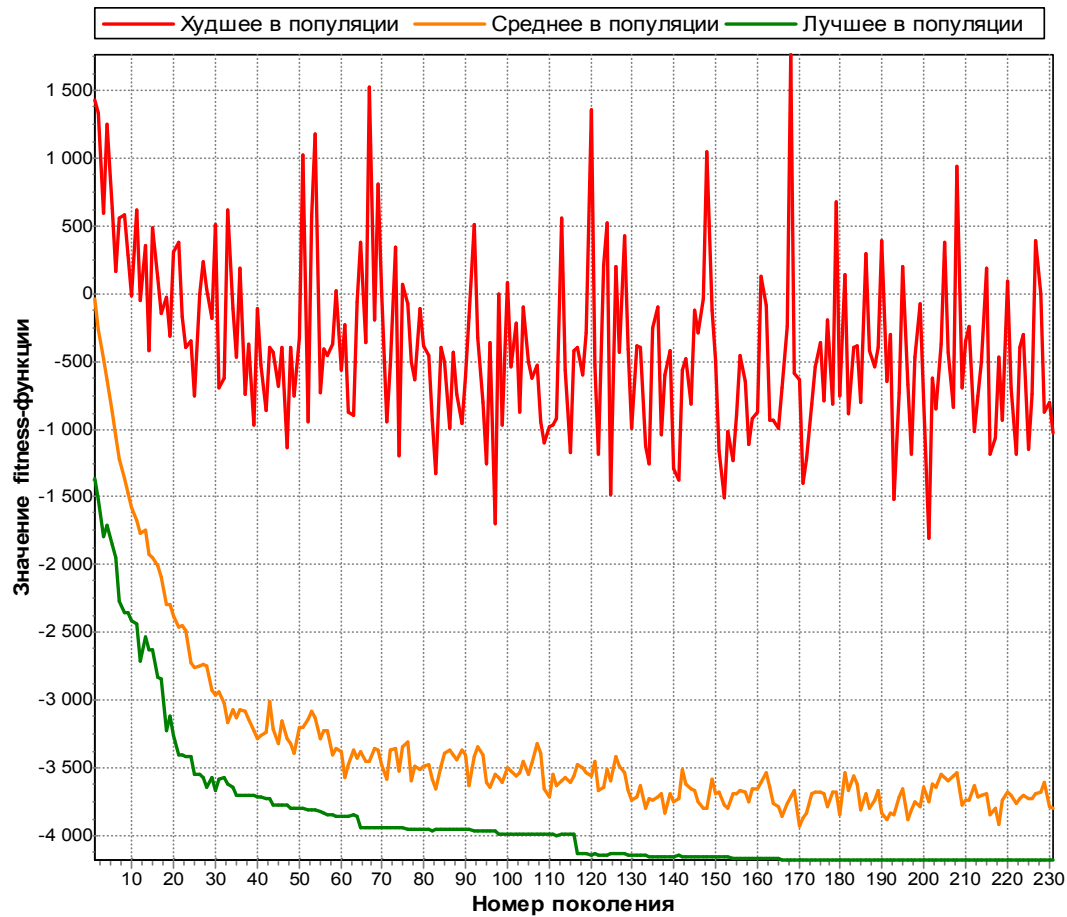
**Генетический алгоритм** – стандартный с турнирным отбором

**Настройка генетического алгоритма ( $N_p = 100$ ,  $N_g = 300$ )**

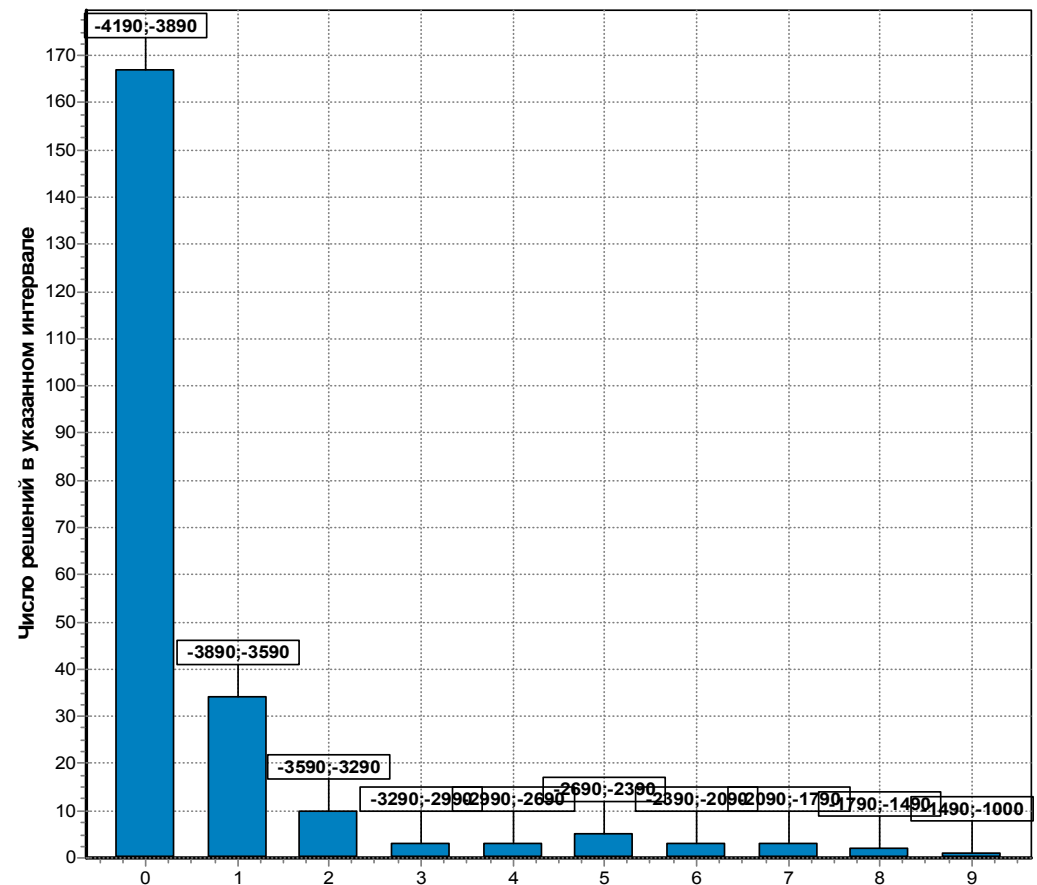
Вероят- ность крос- синговера	Вероят- ность мутации	1	2	3	4	5
0,9	0,001	-4189.83	-4189.83	-4189.83	-4189.83	-4189.83
0,8	0,005	-4185.76	-4189.83	-4188.81	-4189.83	-4177.84
0,7	0,01	-4189.83	-4189.39	-4136.50	-4185.14	-4188.67

# Оптимизация функции многих переменных (продолжение)

## Динамика изменения fitness-функции



## Гистограмма fitness-функции



# ПРИМЕНЕНИЕ ЭМ. Параметрический синтез технического объекта (пружины на сжатие)

## Постановка и математическая модель задачи

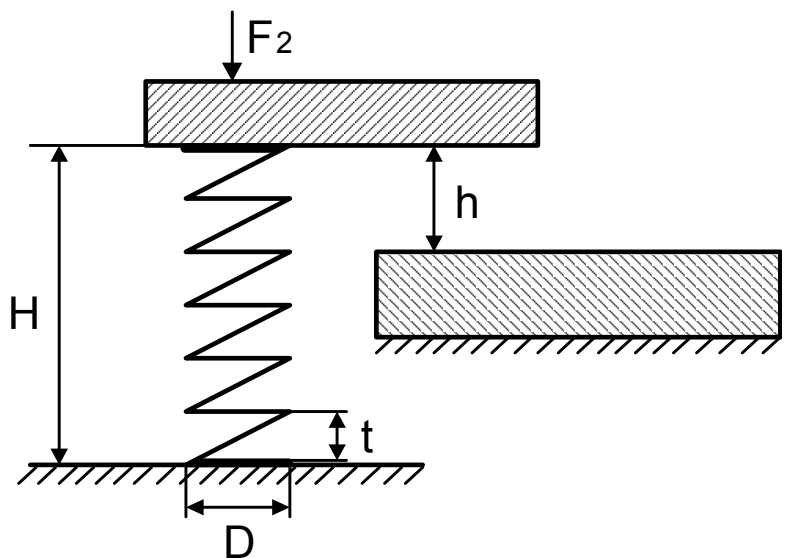
Минимизация объема (веса) стальной проволоки, необходимого для изготовления одной пружины с заданными свойствами

### Проектировочные параметры, обозначения и методика расчета:

Анурьев, В.И. Справочник конструктора-машиностроителя / В.И. Анурьев. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1992. – 720 с. – (Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т./ В.И. Анурьев; т.3).

$$f(x) = \frac{\pi x_2^2}{4} (x_1 - x_2)(n + 2) \rightarrow \min$$

### Расчетная схема пружины на сжатие



где  $x_1$  – внешний ( $D$ ) диаметр пружины (непрерывные значение);  
 $x_2$  – диаметр ( $d$ ) проволоки (дискретные значения);  
 $n$  – число рабочих витков пружины.

### Ограничения:

$\varphi_1$  – не превышение допустимого напряжения кручения;  
 $\varphi_2$  – наибольшее перемещение пружины без соприкосновения витков;  
 $\varphi_3$  – предельные отношения внешнего и внутреннего диаметров пружины;  
 $\varphi_4$  – ограничения на число витков.



# Параметрический синтез технического объекта (пружины на сжатие). Эволюционная модель

## Кодирование переменных оптимизации

Ген1(D):  $(D_{\min} \leq D \leq D_{\max}) \rightarrow [0, 1]$  (16 бит);

Ген2(d): множество дискретных значений диаметров проволоки (8 бит).

## Fitness-функция

$F(x, c) = f(x) + c \cdot R(x)$ , где  $f(x)$  – целевая функция;

$R(x)$  – функция штрафа;  $c$  – коэффициент штрафа.

$$R(x) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{\varphi_i(x) + |\varphi_i(x)|}{2} \right]^2$$

$\varphi_i(x) \leq 0$

**Генетический алгоритм** – стандартный с турнирным отбором

## Настройка генетического алгоритма ( $N_p = 100$ , $N_g = 300$ )

Вероятность кроссинговера	Вероятность мутации	1	2	3	4	5
0,9	0,001	6087	5936	6087	<b>5794</b>	<b>5794</b>
0,7	0,005	<b>5794</b>	<b>5794</b>	<b>5794</b>	<b>5794</b>	<b>5794</b>
0,5	0,01	<b>5794</b>	<b>5794</b>	5936	<b>5794</b>	<b>5794</b>

# Параметрический синтез технического объекта (пружины на сжатие). Модуль оптимизации

Главное окно программы оптимизации параметров пружины

Параметрическая оптимизация пружины сжатия

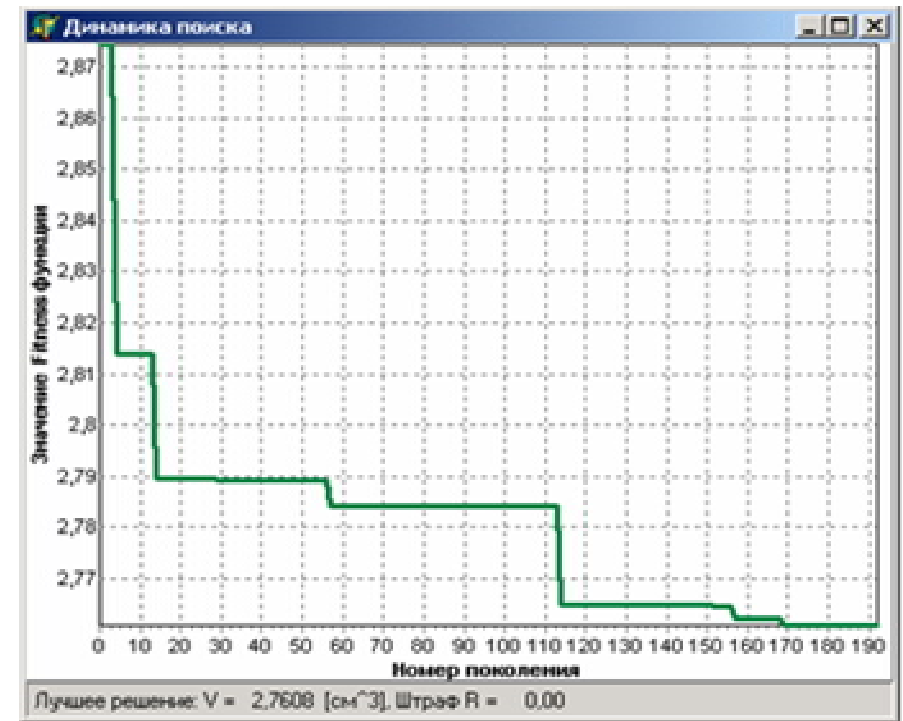
Исходные данные	
Рабочее усилие, Н	250
Длина пружины, М	0.1
Макс. напряж. при кручении, МПа	960
Модуль сдвига	78500
Мин. внеш. диаметр, М	0,015
Макс. внеш. диаметр, М	0,025

Настройка...

Результат	
D, мм	18,599
d, мм	2,800
N	7
V, мм <sup>3</sup>	2757,7456
Огр. 1, МПа	-79,8101
Огр. 2, мм	-49,9107
Огр. 3	-93

Старт Выход

Визуализация процесса оптимизации



Объем стальной проволоки, необходимый для изготовления пружины, на **17%** меньше, чем при обычном расчете пружины с аналогичными исходными данными.

# ПРИМЕНЕНИЕ ЭМ. Комбинаторная оптимизация маршрута коммивояжера

## Постановка и математическая модель задачи

Определить замкнутый порядок однократного посещения городов с известными координатами их расположения, чтобы общая длина пути была минимальной

$$f = \sum_{i=0}^{Zn} \sum_{j=0}^{Zn} Z_{i,j} b_{i,j} \rightarrow \min, \quad Zn = 16$$

где  $Z_{ij}$  – расстояние между городами  $i, j$ ;  $Z_{ij} \geq 0$ ;

$b_{ij} \in \{0, 1\}$  - переменная, равная 1, если коммивояжер непосредственно переезжает из города  $i$  в город  $j$ , 0 – в противном случае;

$i, j = 0, 1, 2, \dots, Zn, i \neq j$ .

Условия однократного посещения каждого из городов

$$\sum_{i=0}^{Zn} b_{i,j} = 1, \quad j = 0, 1, 2, \dots, Zn; \quad \sum_{j=0}^{Zn} b_{i,j} = 1, \quad i = 0, 1, 2, \dots, Zn.$$

**Задача NP сложности. Увеличение количества городов на единицу увеличивает время поиска  $\approx$  в 31 раз**

# Комбинаторная оптимизация маршрута коммивояжера. Эволюционная модель

**Кодирование маршрута** – хромосома из 16 4-х битных генов,  
определяющих номера городов (0000...1111)

## Fitness-функция

$$f = \sum_{i=1}^{Z(n-1)} \sqrt{(Zx_{(i+1)} - Zx_{(i)})^2 + (Zy_{(i+1)} - Zy_{(i)})^2} + \sqrt{(Zx_{(n)} - Zx_{(1)})^2 + (Zy_{(n)} - Zy_{(1)})^2} \rightarrow \min$$

где  $Zx_i, Zy_i$  - координаты города с номером  $i$ .

**Генетический алгоритм** – с модифицированным оператором  
кроссинговера и турнирным отбором

### Случай появления недопустимого маршрута

Родитель1, $C_1$	1, 2, 4, 5, 12, 14,   3, 9, 10, 16, 15, 7, 8, 6, 11, 13
Родитель2, $C_2$	13, 12, 14, 1, 5, 7,   8, 10, 9, 2, 3, 11, 4, 16, 15, 6
Потомок, $C_{12}$	1, 2, 4, 5, 12, 14, 8, 10, 9, 2, 3, 11, 4, 16, 15, 6

### Приведение хромосомы к корректному виду

Хромосома, $C_{12}$	1, 2, 4, 5, 12, 14, 8, 10, 9, 2, 3, 11, 4, 16, 15, 6
Характеристич. вектор	1 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1
Хромосома, $C'_{12}$	1, 2, 4, 5, 12, 14, 8, 10, 9, 7, 3, 11, 13, 16, 15, 6

# Комбинаторная оптимизация маршрута коммивояжера. Исследование работы ГА

**Топология 1** – города расположены по кругу

**Топология 2** – города расположены случайно

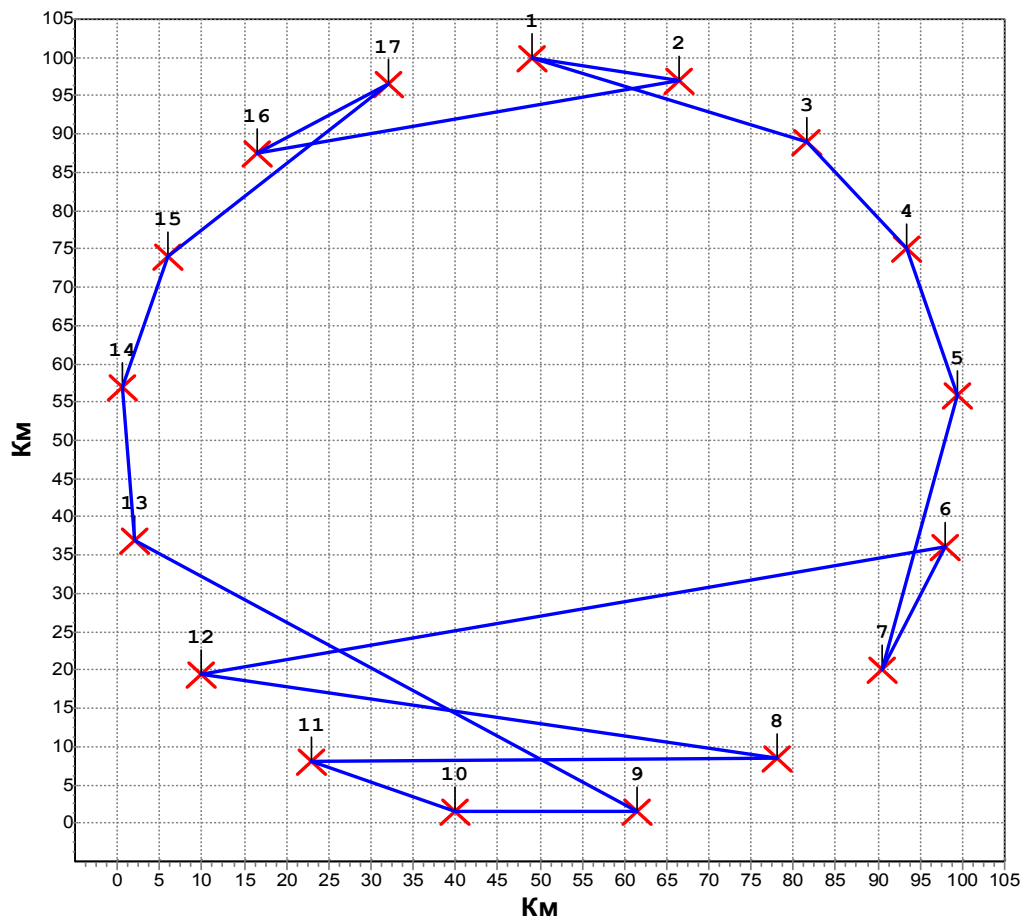
## Исследование работы ГА для топологии 1

Вероятность кроссинговера	Вероятность мутации	1	2	3	4	5
0,9	0,001	<b>312,36</b>	346,01	<b>312,36</b>	346,01	<b>312,36</b>
0,7	0,005	<b>312,36</b>	<b>312,36</b>	<b>312,36</b>	<b>312,36</b>	<b>312,36</b>
0,5	0,01	<b>312,36</b>	346,01	346,01	346,01	450,1

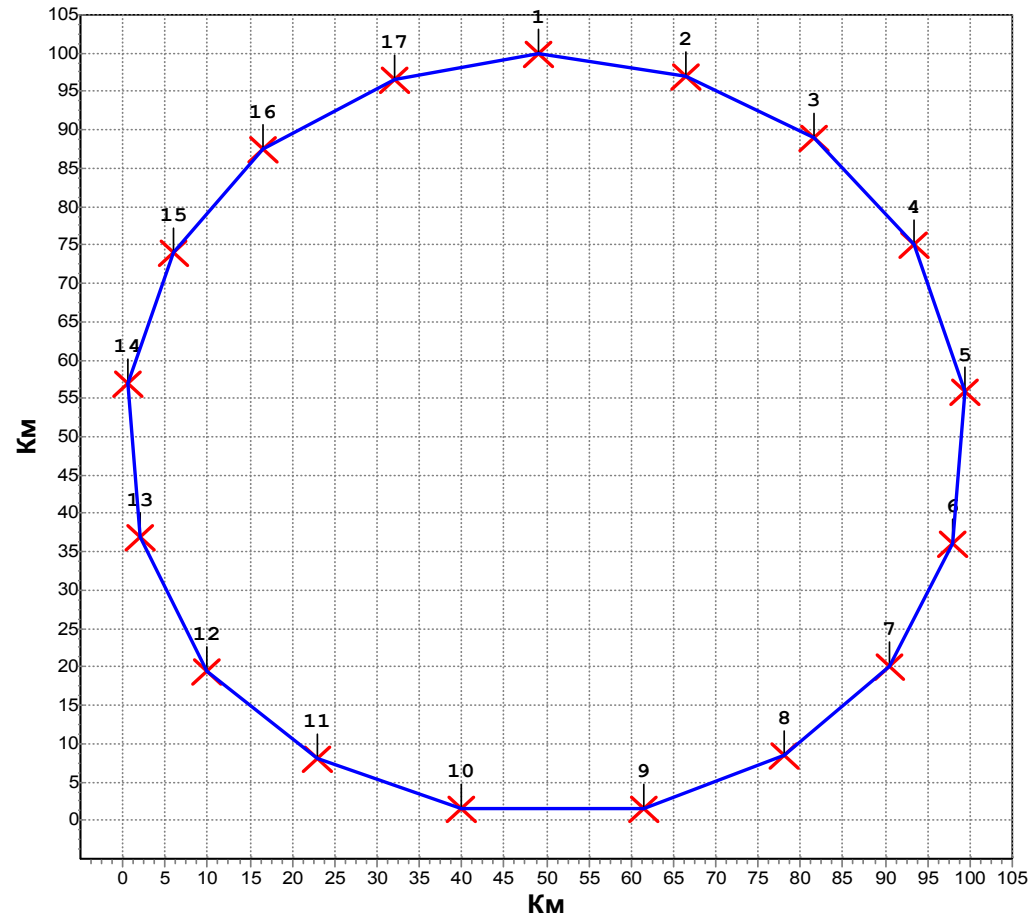
## Исследование работы ГА для топологии 2

Вероятность кроссинговера	Вероятность мутации	1	2	3	4	5
0,9	0,001	485	456,25	439,05	459,48	495,29
0,7	0,005	<b>409,78</b>	<b>409,78</b>	<b>409,78</b>	410,3	<b>409,78</b>
0,5	0,01	480,21	441	463,84	586,47	450,71

# Комбинаторная оптимизация маршрута коммивояжера. Поиск маршрута для топологии 1



**t = 15**



**t = 40**

# Комбинаторная оптимизация маршрута коммивояжера. Сравнительная эффективность ГА

Тестовая конфигурация компьютера: Intel Pentium 4, 2,26 ГГц, ОЗУ 512 Мб.

## Результаты решения задачи коммивояжера для топологии 1 ( $R = 312,36$ )

Метод решения	Длина пути	Время поиска
Комбинаторный	527,7	1 ч.
«Жадный»	312,36	0,1 с.
«Ветвей и границ»	312,36	1 с.
Генетический алгоритм	312,36	2 с.

## Результаты решения задачи коммивояжера для топологии 2 ( $R < 430$ )

Метод решения	Длина пути	Время поиска
Комбинаторный	572,3	1 ч
«Жадный»	586,7	0,1 с
«Ветвей и границ»	407,6	3 мин
Генетический алгоритм	409,78	7 с

# ПРИМЕНЕНИЕ ЭМ. Оптимизация инвестиционного портфеля (ИП)

## Постановка и особенности задачи

Найти состав **оптимального инвестиционного портфеля** – распределить некоторый объем финансовых средств по различным ценным бумагам, которые в совокупности обеспечивают максимальную доходность (в определенный период) при минимальном риске

## Особенности формирования инвестиционного портфеля

- рекомендуется каждые 3-5 лет пересматривать содержимое ИП;
- портфель, содержащий различные слабокоррелирующие ценные бумаги называется *диверсифицированным*;
- диверсифицированный портфель снижает риск инвестиций;
- рекомендуется от **10** до **15** различных ценных бумаг в диверсифицированном портфеле.



# Оптимизация инвестиционного портфеля. Математическая модель

$U$  - объем финансовых средств для формирования ИП;

$\alpha_i$  - начальная стоимость одной единицы ценной бумаги вида  $i$ ;

$x_i \in [x_i^-, x_i^+]$  - переменные оптимизации, представляющие объемы каждого из активов;

$x_i^-, x_i^+$  - нижняя и верхняя границы объемов ценной бумаги вида  $i$ ;

$\gamma_i$  - ожидаемая доходность по каждому из активов (рассчитывается за  $k$  периодов наблюдений по факту проведения торгов на фондовой бирже).

$$f = \max \sum_{i=1}^n \gamma_i \frac{\alpha_i x_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i}, \quad \sum_{i=1}^n x_i \alpha_i \leq U, \quad \sigma_R^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_i y_j C_{i,j} - \text{риск ИП из } n \text{ активов.}$$

$\frac{\alpha_i x_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i}$  - удельный вес стоимости  $i$ -го актива;

$C_{i,j}$  - ковариация доходности активов, входящих в ИП;

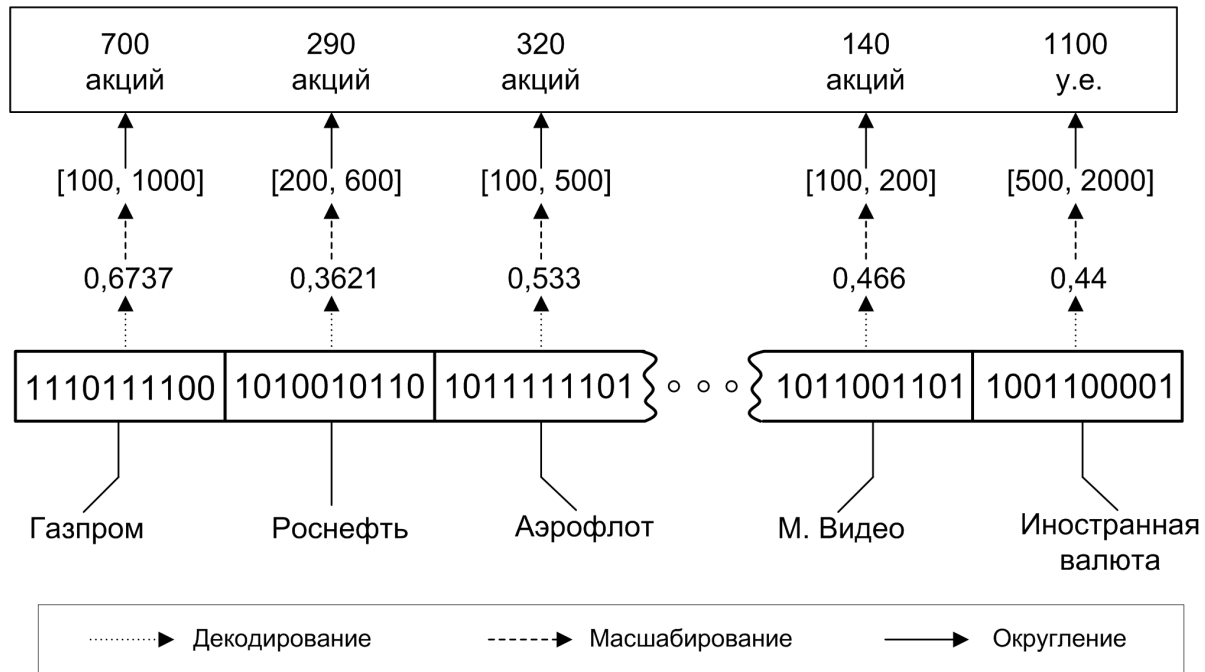
$y_i, y_j$  - удельные веса активов в общей стоимости ИП.

# Оптимизация инвестиционного портфеля. Тестовые данные (фрагмент)

№	Название актива	Начальная стоимость (руб.)	Ожидаемая доходность (%)	Минимальное число ценных бумаг в ИП	Максимальное число ценных бумаг в ИП
1	Газпром	104	7	100	1000
2	Роснефть	108	8	200	600
3	Аэрофлот	24	3	100	500
...	...	...	...	...	...
13	Сбербанк	18	5	100	600
14	М.Видео	26	6	100	200
15	Иностран. валюта (€)	39	7	500	2000

# Оптимизация инвестиционного портфеля. Эволюционная модель

## Кодирование состава инвестиционного портфеля в виде хромосомы



## Fitness-функция

$$FF = \max(f(x) + R);$$

$$R = -\frac{2|V(Ci) - U| + (V(Ci) - U)}{2}$$

где  $R$  – штраф за нарушение ограничений математической модели,  
 $V(Ci)$  – объем финансовых средств, затраченных на формирование ИП, соответствующего хромосоме  $Ci$ .

$$FF = \max \left( \sum_{i=1}^n \gamma_i \frac{\alpha_i x_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i x_i} - \frac{2|V(Ci) - U| + (V(Ci) - U)}{2} \right)$$

# Оптимизация инвестиционного портфеля. Эволюционное моделирование

## Настройка генетического алгоритма

$N_g = 300$ ;  $N_p = \{200, 140, 80\}$ ;  $P_c = \{0,9; 0,8; 0,7\}$ ;  $P_m = \{0,01, 0,02, 0,03\}$ ;

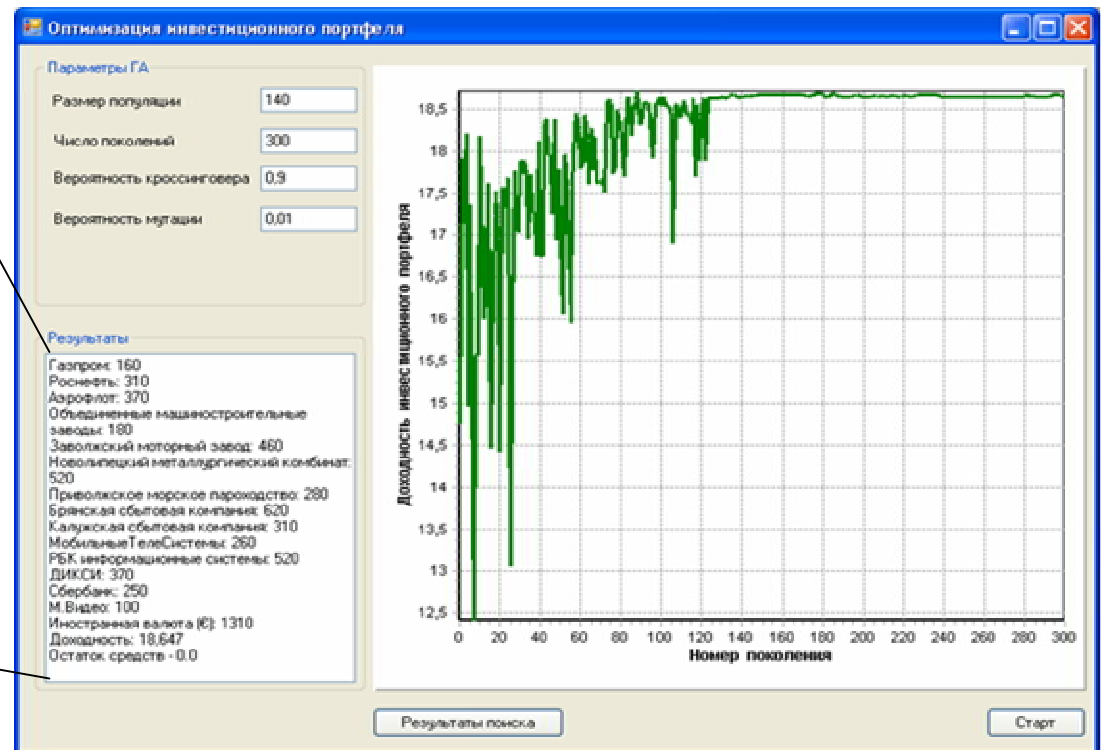
$\overline{f^*}$ , % - средняя оптимальность ГА для данной конфигурации (10 стартов);

$\overline{N_f}$  - среднее число вычислений fitness-функции (10 стартов).

## Поиск оптимального инвестиционного портфеля

( $U = 700000$ ;  $N_g=300$ ,  $N_p=140$ ,  $P_c=0,9$ ,  $P_m=0,01$ ;  $\overline{f^*} = 18,6\%$ ,  $\overline{N_f} = 42137$ )

Газпром: 160; Роснефть: 310; Аэрофлот: 370;  
Объединенные машиностроительные заводы: 180;  
Заволжский моторный завод: 460;  
Новолипецкий металлургический комбинат: 520;  
Приволжское морское пароходство: 280;  
Брянская сбытовая компания: 620;  
Калужская сбытовая компания: 310;  
МобильныеТелеСистемы: 260;  
РБК информационные системы: 520;  
ДИКСИ: 370; Сбербанк: 250; М.Видео: 100; Иностранная  
валюта (€): 1310  
Доходность: 18,647;  
Остаток средств 0,0



# План

## Введение

- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования**

## Заключение

# ПРИМЕНЕНИЕ ЭМ.

## Моделирование адаптивного поведения

**Адаптивное поведение** - процесс накопления и использования информации в системе, направленный на достижение ее (системы) оптимального состояния, при первоначальной неопределенности и изменяющихся внешних условиях

- Пусть заданы две функции, параметры которых описывают возможные состояния некоторой системы. Значения функций соответствуют внешним условиям функционирования системы.
- Требуется найти оптимальные значения параметров этих функций, что соответствует наилучшей настройке системы на внешние условия.
- Функции и характер их оптимизации произвольным образом изменяются.
- Применение генетического алгоритма позволяет динамически настраиваться на любую функцию и условия оптимизации без его перезапуска.

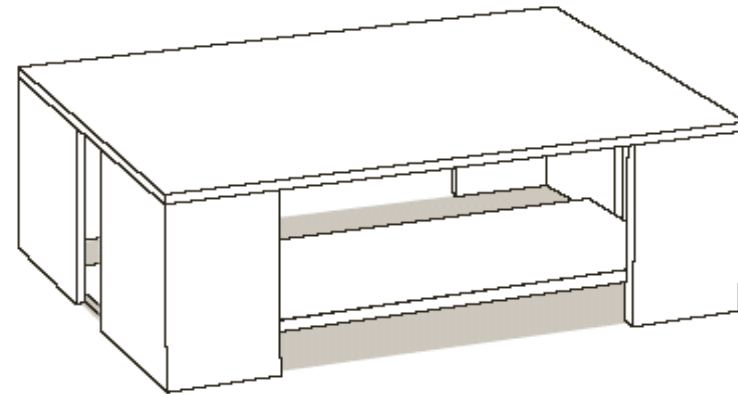
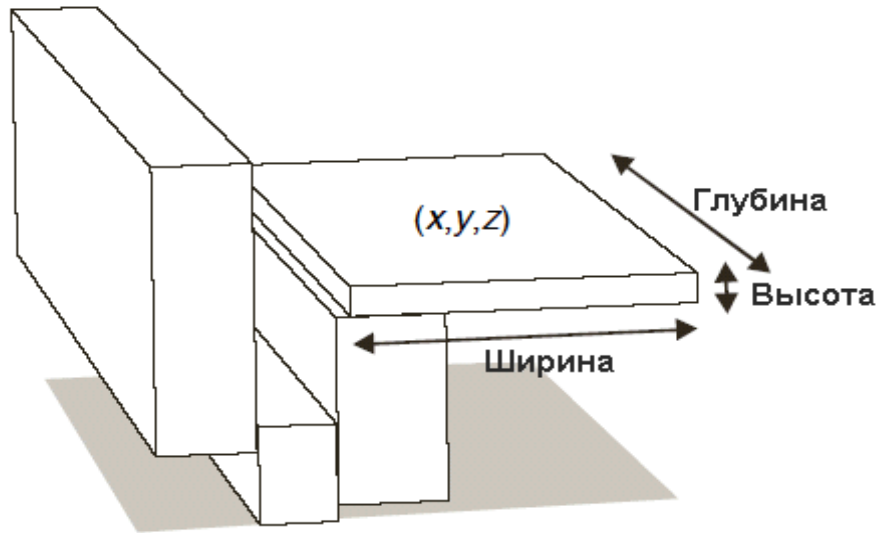
# ПРИМЕНЕНИЕ ЭМ.

## Эволюционное проектирование

**Эволюционное проектирование (evolutionary design)** - направление эволюционного моделирования, которое занимается исследованием возможностей применения эволюционных алгоритмов для решения задач САПР с целью перехода от автоматизированного к автоматическому проектированию технических систем, самоконструированию



# Эволюционное проектирование. Пример автоматического синтеза конструкции



## Фенотип:

$x, y, z$ , ширина, высота, глубина блока 1     $x, y, z$ , ширина, высота, глубина блока 2  
 $x, y, z$ , ширина, высота, глубина блока 3     $x, y, z$ , ширина, высота, глубина блока 4  
 $x, y, z$ , ширина, высота, глубина блока 5    ...  $x, y, z$ , ширина, высота, глубина блока N

## Генотип:

11010110	10101101	10101110	10011010	01101010	01101010	...	10001010	10001010	10001010
блок 1 x	блок 1 y	блок 1 z	блок 1 ширина	блок 1 высота	блок 1 глубина	...	блок N ширина	блок N высота	блок N глубина

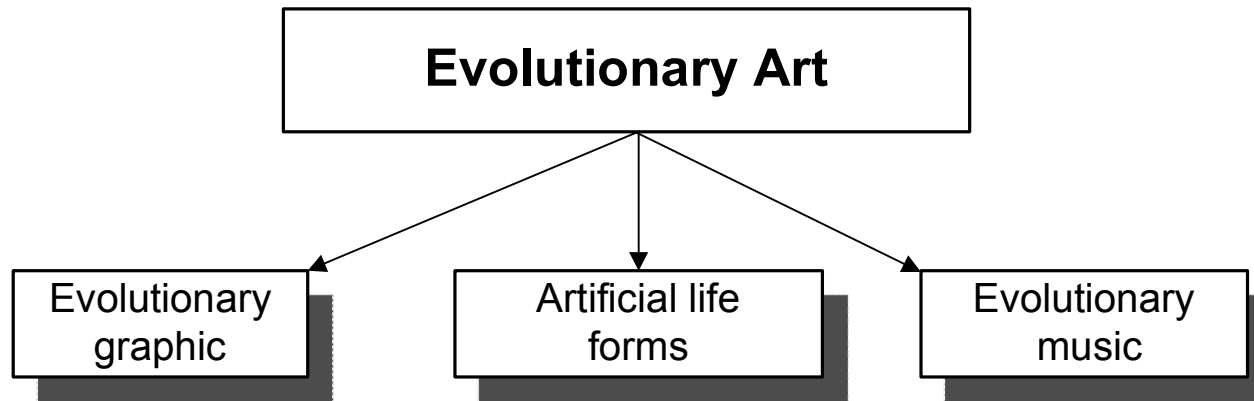
**Fitness-функция** - требования удовлетворения заданным геометрическим критериям, а также максимизация устойчивости стола



# ПРИМЕНЕНИЕ ЭМ.

## Синтез произведений искусства

**Evolutionary Art** – направление в эволюционном моделировании, занимающееся исследованием возможностей эволюционных алгоритмов (генетический алгоритм, генетическое программирование) **синтеза** произведений искусства



Практически невозможно сконструировать *fitness*-функцию для оценки решений

### Распределение ролей в Evolutionary Art

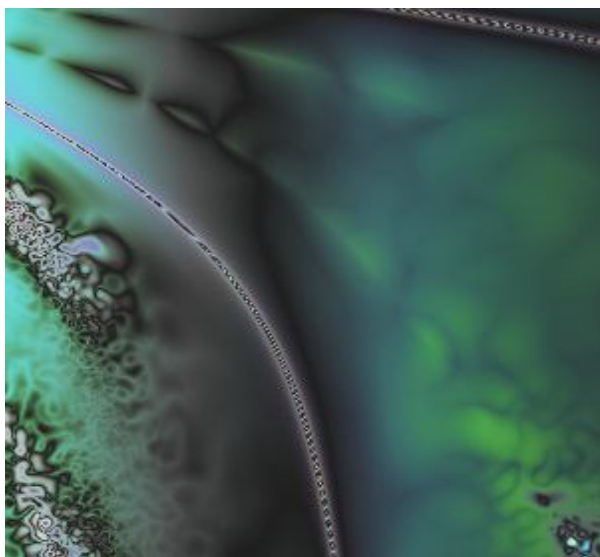
#### компьютер:

выполняет эволюционный алгоритм, синтезирует варианты решений и поддерживает их разнообразие;

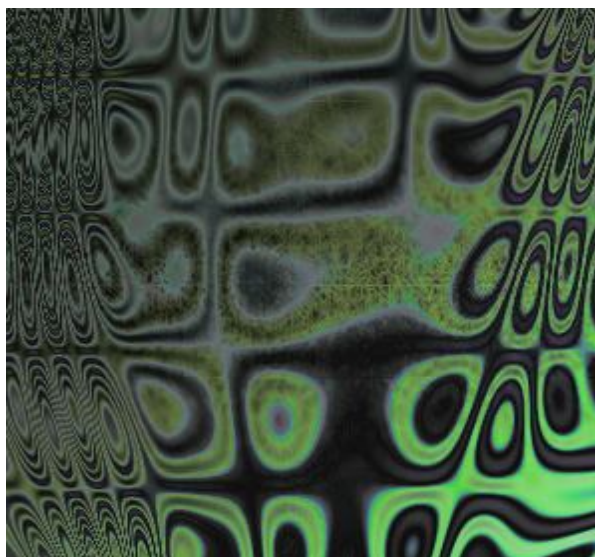
#### человек:

используя свои предпочтения, оценивает решения, сокращает их разнообразие.

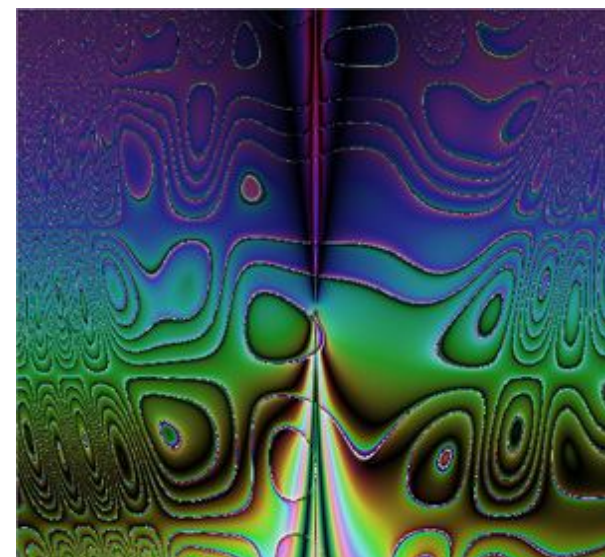
# Синтез произведений искусства. Evolutionary graphic



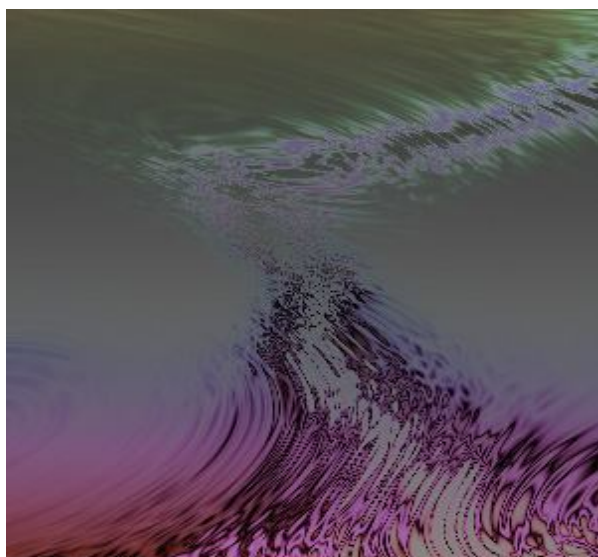
1



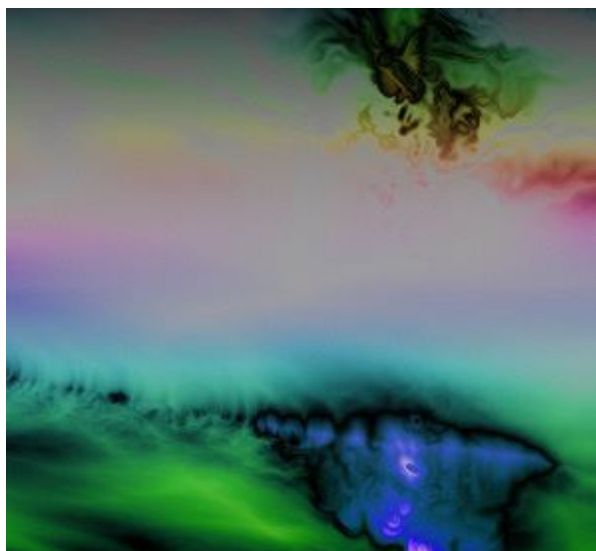
2



3



4

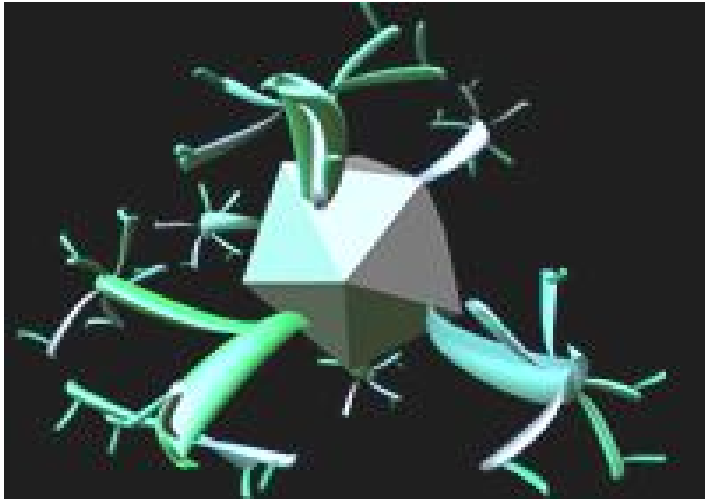


5



6

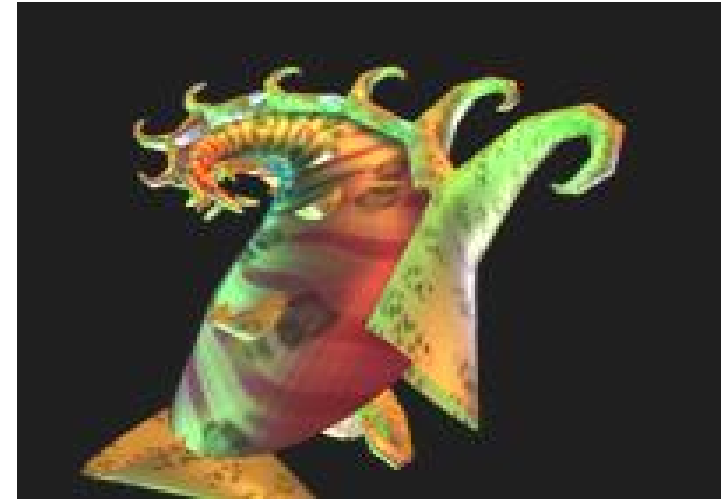
# Синтез произведений искусства. Artificial life forms



1



2



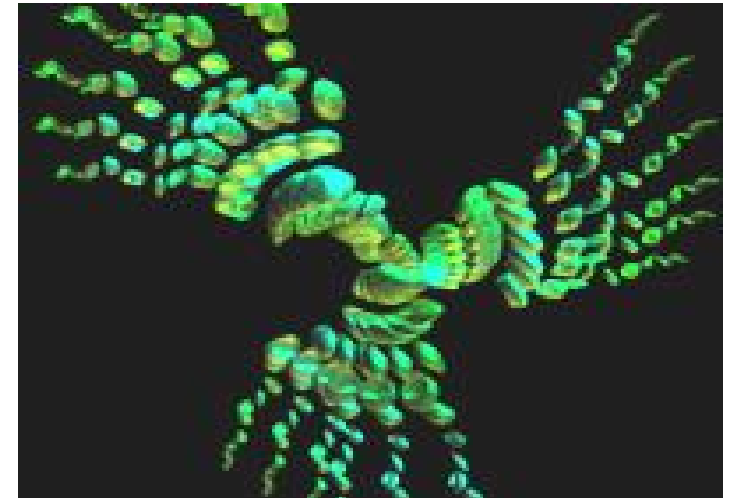
3



4



5



6

# Синтез произведений искусства. Evolutionary music

- 1 Популяция содержит объекты, представляющие собой «зацикленные» или нет отдельные музыкальные фрагменты, музыкальные темы, инструменты.
- 2 Применение генетических операторов позволяет комбинировать элементы популяции и синтезировать новые «музыкальные объекты».
- 3 Качество полученных мелодий определяется экспертом на слух.
- 4 Были получены интересные, с точки зрения экспертов, музыкальные композиции (особенно в джазе), что послужило стимулом к интенсификации исследований в этой области ЭМ.
- 5 **Книги, посвященные Evolutionary music**  
Biles, J. Evolutionary Computer Music / J. Biles. – Springer, 2007.  
Romero, J. The Art of Artificial Evolution / J. Romero. - Springer, 2007.  
**Конференции, посвященные Evolutionary music**  
EvoMUSART 200\*, EuroGP Song Contest 200\*
- 6 **Некоторые ссылки с программами и музыкальными образцами**  
Musical Gene Pool - <http://www.ventrella.com/EvoMusic/EvoMusic.html>  
Evoelectronica - <http://evoelectronica.com/>  
GenGam - <http://www.it.rit.edu/%7Ejab/GenJam.html>

# План

## Введение

- 1 Назначение и особенности эволюционного моделирования (ЭМ)
- 2 Концепция и принципы эволюционного моделирования
- 3 Методы ЭМ. Генетические алгоритмы
- 4 Методы ЭМ. Генетическое программирование
- 5 Методы ЭМ. Эволюционные стратегии, эволюционное программирование
- 6 Применение эволюционного моделирования для решения задач оптимизации
- 7 Другие области применения эволюционного моделирования

## Заключение

# Достоинства и недостатки эволюционных алгоритмов

## Достоинства

- широкая область применения, особенно для задач, где отсутствуют классические методы их решения;
- эффективное решение комбинаторных и смешанных задач оптимизации без ограничений на математическую модель;
- возможность синтеза алгоритмов поведения искусственных систем;
- доступность алгоритмизации и интеграции с другими технологиями искусственного интеллекта;
- возможность распараллеливания вычислительного процесса, а также его аппаратной реализации.

## Недостатки

- отсутствие гарантии нахождения глобального оптимума с первого запуска алгоритма;
- необходимость кодирования решений (для ГА) и конструирования fitness-функции;
- вычислительная трудоемкость.

# Перспективные направления исследований в области эволюционного моделирования

- 1 разработка и исследование новых модификаций генетических алгоритмов и операторов, а также создание математического обеспечения для анализа и прогнозирования эффективности их практического применения;
- 2 интеграция генетических алгоритмов как с существующими численными методами оптимизации, так и с другими направлениями «мягких» вычислений (нейронные сети, нечеткое моделирование) для создания гибридных интеллектуальных систем;
- 3 применение генетических алгоритмов в задачах многоэкстремальной и многокритериальной оптимизации для автоматизации поиска альтернативных оптимальных решений;
- 4 применение эволюционных методов в самоорганизующихся, адаптивных системах, а также для моделирования систем искусственной жизни;
- 5 использование эволюционных методов для решения практических задач эволюционного моделирования в социальных, экономических и технических системах;
- 6 реализация генетических алгоритмов на параллельных вычислительных архитектурах.

**Хотите узнать  
больше ?**



# Рекомендуемая литература (основная)

1. Аверченков, В.И. Эволюционное моделирование и его применение: монография / В.И. Аверченков, П.В. Казаков. - Брянск: БГТУ, 2009. – 200 с.
2. Букатова, И.Л. Эволюционное моделирование и его приложения / И. Л. Букатова. - М.: Наука, 1979. - 232 с.
3. Гладков, Л.А. Генетические алгоритмы / Л.А. Гладков, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 320 с
4. Емельянов, В.В. Теория и практика эволюционного моделирования / В.В. Емельянов, В.В., Курейчик, В.М. Курейчик – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 431 с.
5. Курейчик, В.М. Генетические алгоритмы и их применение / В.М. Курейчик. – 2-е изд. перераб. и доп. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. – 242 с.
6. Фогель, Л. Искусственный интеллект и эволюционное моделирование: [пер. с англ.] / Л. Фогель, А. Уолш. – М.: Мир, 1969. – 228 с.

# Рекомендуемая литература

## (дополнительная)

1. Букатова, И.Л. Эвоинформатика. Теория и практика эволюционного моделирования / И. Л. Букатова, Ю.И. Михасев, А.М. Шаров.- М.: Наука, 1991. - 206 с.
2. Вороновский, Г.К. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности / Г.К. Вороновский, К.В. Махотило, С.Н. Петрашев, С.А. Сергеев. – Х.: ОСНОВА, 1997. – 112 с.
3. Гладков, Л.А. Методы генетического поиска / Л.А. Гладков, Л.А. Зинченко, В.В. Курейчик, В.М. Курейчик, Б.К. Лебедев, Е.В. Нужнов, С.Н. Сорокин. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. – 122 с.
4. Редько, В.Г. Эволюционная кибернетика / В.Г. Редько. - М.: Наука, 2003. - 156 с..
5. Рутковская, Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: [пер. с польск.] / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л.Рутковский. – М.: Горячая линия – Телеком, 2008. – 452 с.

**СПАСИБО**  
**за внимание !**